

Messung und Modellierung von lichtstreuenden Materialien
zur Computer-Simulation von Tageslichtbeleuchtung

Inauguraldissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der
Fakultät für Physik
der Albert-Ludwigs-Universität
in Freiburg im Breisgau

vorgelegt von

Peter Apian-Bennewitz ¹
aus
Hamburg

28. August 1995

¹apian@ise.fhg.de, http://www.ise.fhg.de/personal_home_pages/apian/Welcome.html

Dekan: Prof. Dr. G. Hertel
 Leiter der Arbeit: Prof. Dr. A. Goetzberger
 Referent: Prof. Dr. A. Goetzberger
 Koreferent: -

Tag der Verkündung des Prüfungsergebnisses:

Größe	Symbol
Flächen	\mathbf{A} oder \mathbf{E}
kleines (endliches) Flächenelement	$\Delta \mathbf{A}$
infinitesimales Flächenelement	$d\mathbf{A}$
Flächennormale	\vec{n}
Punkt im 3d Raum	\vec{P}
Punkt auf einer Fläche	$\vec{\xi}$
Koordinaten auf einer Fläche	ξ, η
Ausfalls- oder Einfallsrichtung	\vec{x}
Raumwinkel	Ω [sr]
Strahlungsleistung	Φ [W]
Bestrahlungsstärke	\mathcal{E} [W m ⁻²]
Spezifische Ausstrahlung	\mathcal{M} [W m ⁻²]
Strahlstärke	\mathcal{I} [W sr ⁻¹]
Strahldichte (engl. radiance)	\mathcal{L} [W sr ⁻¹ m ⁻²]
Lichtstrom	Φ_v [Lumen]
Beleuchtungsstärke	\mathcal{E}_v [Lumen m ⁻²]
Spezifische Lichtausstrahlung	\mathcal{M}_v [Lumen m ⁻²]
Lichtstärke	\mathcal{I}_v [Lumen sr ⁻¹]
Leuchtdichte (engl. luminance)	\mathcal{L}_v [Lumen sr ⁻¹ m ⁻²]
Bidirektionale Reflexions Transmissions Funktion	$BRTF$ [sr ⁻¹]
Flächenintegral über Funktion f auf \mathbf{A} mit Integrationsvariable $\vec{\xi}$	$\iint_{\vec{\xi}}^{\mathbf{A}} f(\vec{\xi}) d\mathbf{A}$

Tabelle 0.1: Einheiten und Symbole

Für Dich, eine schöne Zeit und QTE.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Tageslichtbeleuchtung in der Architektur	1
1.2	Derzeitige Methode zur Auslegung von Tageslichtbeleuchtung	2
1.3	Neue Fenster-Materialien	2
1.4	Übersicht dieser Arbeit	3
1.5	Arbeiten mit verwandter Zielsetzung	4
2	Grundlagen der Optik	7
2.1	Grundlagen aus der klassischen Elektrodynamik	7
2.1.1	Optik der "Gaussian-Beams"	8
2.1.2	Fresnel-Formeln	10
2.1.3	Einzel- und Mehrfachstreuung	11
2.1.3.1	Grundlagen der Streuung an einem Streuzentrum (Einzelstreuung)	11
2.1.3.2	Modelle für Einzelstreuung	12
2.1.3.3	Mehrfachstreuung und Strahlungstransportgleichung (STG)	12
2.1.3.4	Numerische N-Kanal Lösung der STG	14
2.2	Geometrischer Raumwinkel	15
2.2.1	Definition und Formeln	15
2.2.2	Beispiel: Raumwinkel einer Kreisscheibe	16
2.2.3	Raumwinkel der Umgebung einer Raumrichtung	17
2.2.4	Koordinatensystem	17
2.3	Radiometrische Grundgrößen	18
2.3.1	Definitionen	18
2.3.2	Beispiele für Strahldichten	20
2.3.2.1	Lambert'sche Strahler	20
2.3.2.2	Paralleles Licht	20
2.3.2.3	Sonne	21
2.3.2.4	Laser	21
2.3.3	Winkelabhängige Detektoren	22
2.3.4	Strahldichte Mittelwert	22
2.4	Transmission, Reflexion und <i>BRTF</i>	23
2.4.1	Definition der <i>BRTF</i>	23
2.4.1.1	<i>BRTF</i> -Mittelwert	24
2.4.2	Definition der Transmission	24
2.4.2.1	hemisphärisch-hemisphärisch Transmission	25
2.4.2.2	biconical Transmission	26
2.4.2.3	direkt-hemisphärische Transmission	26
2.4.3	Bedingungen an die <i>BRTF</i>	26
2.4.4	Beispiele für <i>BRTFs</i>	27
2.4.4.1	Ebener Spiegel	27
2.4.4.2	Dielektrika-Grenzschicht	27
2.4.4.3	Dünne Schicht	27

2.4.4.4	Lambert-Streuer	28
2.4.5	Definitionen für ausgedehnte und dicke Proben	28
2.5	Strahlungsübertragung	30
2.5.1	Infinitesimale Flächen	30
2.5.2	Nicht-infinitesimale Flächen	31
2.5.3	Formfaktor	31
2.6	Radiometrische Detektoren und Quellen	32
2.6.1	Abbildende Systeme	32
2.6.2	Beleuchtungs-Systeme	34
2.6.3	Detektor-Aufbau und Meßanordnungen	35
3	<i>BRTF</i> Meßapparatur	37
3.1	Messung der <i>BRTF</i> , Vergleich mit anderen Goniophotometern	37
3.2	ISE-Goniophotometer	39
3.2.1	Aufbau	39
3.2.2	Messungen während der Schwenkbewegung des Detektors	41
3.2.3	Lichtquelle	42
3.2.3.1	Xenon-Bogenlampe und Linsensystem	42
3.2.3.2	Halogenlampe und Hohlspiegel	43
3.2.4	Detektor	43
3.2.4.1	Ohne Linse	43
3.2.4.2	Mit Linse	44
3.2.5	Messung der einfallenden Bestrahlungsstärke	45
3.2.5.1	Ohne Linse	46
3.2.5.2	Mit Linse	46
3.2.5.3	Lösung der Fredholm-Integralgleichung	46
3.2.6	Adaptive Winkelauflösung	48
3.3	Statistische Fehler	50
3.4	Daten-Interpolation und Integration	51
3.4.1	Delaunay-Triangulation	51
3.4.2	Voronoi-Zellen	52
3.5	Integration und Vergleich mit Ulbrichtkugel-Messungen	53
4	Raytracing optischer Systeme zur <i>BRTF</i>-Berechnung	55
4.1	Raytracing	55
4.2	Raytracing mit RADIANCE und Beispiel	57
4.2.1	Geometrischer Strahlverlauf und Fresnelformeln	57
4.3	Quadratur durch Pixelsummation	60
4.3.1	Integration der Bestrahlungsstärke	60
4.3.2	Integration der Strahldichte	61
4.4	Berechnung einer <i>BRTF</i> mit RADIANCE	62
4.4.1	Beispiel	63
4.5	Zweidimensionales Raytracing	64
4.5.1	Beispiel und Analyse des Algorithmus	65
4.6	Thermische Berechnungen	67
5	<i>BRTF</i> Modelle für Simulationsprogramme	69
5.1	Anforderungen	69
5.1.1	Materialtypen	69
5.1.2	Eingabe in Simulationsprogramme	70
5.1.3	Genauigkeit	71
5.2	Datenfits	71
5.2.1	Getestete Funktionstypen für Licht-Diffusoren	71
5.2.2	Fitverfahren	72

5.2.3	Modell für Lichtlenk-Lamellen	73
6	Materialdaten	75
6.1	Messungen	75
6.1.1	Streuverteilung (\overline{BRTF}) in Streuebene	75
6.1.2	Streuverteilung (\overline{BRTF}) außerhalb der Streuebene	78
6.1.3	Modellierung durch Streufunktionen (in Streuebene)	83
6.1.4	Modell und Meßdatenvergleich außerhalb der Streuebene	91
6.1.5	Vergleich mit Ulbrichtkugeln-Messungen	92
6.1.6	Querschnitts des Einfallstrahls	93
6.1.7	Beispiel für Wabenmaterial	94
6.1.8	Einfluß der Referenzmessung auf die Korrektur der Meßwerte	95
6.2	Auswertung mit numerischer Lösung der STG	96
6.2.1	Durchführung	96
6.2.2	Ergebnisse	96
7	Anwendung in Tageslicht-Simulationsprogrammen	101
7.1	Strahlungstransport zwischen Flächen	101
7.2	Numerische Lösungen des Strahlungstransports	102
7.3	Das Programm RADIANCE	104
7.3.1	$BRTF$ Verwendung und numerische Integration von \mathcal{L}_{out}	106
7.3.2	Function-Files	107
7.3.2.1	Beispiele	108
7.4	Verwendung der Modelle in RADIANCE	108
7.4.1	Konsistenztests	108
7.4.2	Raummodellierung	109
7.5	RADIANCE Erweiterungen im Rahmen dieser Arbeit	111
7.5.1	Function-File	111
7.5.2	Neue Spezifikation der Außenlichtverteilung	112
7.5.3	Der previewer <i>rshow</i> für UNIX Workstations	113
7.5.4	Adaptive Diskretisierung einer kontinuierlichen Funktion	113
7.5.4.1	Motivation	113
7.5.4.2	Algorithmus	114
7.5.4.3	Beispiel	114
7.5.4.4	Forward Raytracing	117
8	Zusammenfassung	119
A	RADIANCE Standard $BRTF$-Modelle	123
A.1	Material "trans"	124
A.2	Materialien "plastic" und "metal"	125
A.3	Materialien "interface" und "dielectric"	127
A.4	Material "glass"	127
B	Verwendete RADIANCE Textfiles	129
B.1	Geometrie-Eingabefile für RADIANCE- $BRTF$	129
B.2	Aerogel Modell in Syntax der function-files	130
B.3	UNIX shell script zur Auswertung von function-files	131
B.4	UNIX makefile zur Auswertung von mkillum-files	131
C	Design des Goniophotometers	133

D Dokumentation eigener Programme	135
D.1 Interaktive Darstellung einer Funktion $f = f(\theta, \phi)$	135
D.2 Die Erweiterung <i>rshow</i> für <i>Radiance</i>	137
D.3 weitere Programme	139
E Fisheye Projektionsformel	141
Abbildungsverzeichnis	142
Tabellenverzeichnis	145
Literaturverzeichnis	147

Kapitel 1

Einführung

1.1 Tageslichtbeleuchtung in der Architektur

The history of daylighting and the history of architecture were one until the second half of the twentieth century, when fluorescent lighting and cheap electricity became available. [Lec91, Seite 306]

The energy crisis of the mid-1970s led to a reexamination of the potential for daylighting. [Lec91, Seite 312]

Aus heutiger Sicht hat die Verwendung von Tageslicht zur Beleuchtung von Innenräumen eine Reihe von Vorteilen. Da typischerweise die Hälfte des Energieverbrauchs für Büros, Schulen und andere Industrieräume (z.B. Fertigungshallen) auf die Beleuchtung [Lec91, Seite 312] entfällt, kann durch den Einsatz von Tageslicht statt Kunstlicht der direkte Stromverbrauch der Leuchtkörper und die entstehende Abwärme gesenkt werden. Bürogebäude werden in den gemäßigten geographischen Breiten durch interne Wärmequellen mehr als ausreichend beheizt, daher bedeutet eine Verringerung der Verlustleistung eine Verringerung der Kühllast. Dieser Effekt ermöglicht zudem eine kleinere Dimensionierung der Klimaanlage und damit eine Kostenreduktion auch schon beim Bau des Gebäudes.

Energetisch gesehen ist jede nicht opaque Fläche in der Gebäudehülle im Sommer eine zusätzliche potentielle Wärmequelle, da mit der erwünschten sichtbaren Strahlung der nicht-sichtbare Teil (hauptsächlich infrarote Strahlung, IR) in das Gebäude gelangt. Um dies zu verhindern, werden die Glasscheiben mit einer Beschichtung versehen, die den infraroten Anteil der einfallenden Strahlung reflektiert, und die Wärmeabstrahlung der Glasscheibe in den Innenraum reduziert. Dies verhindert, daß eine Nutzung des sichtbaren Teils des Spektrums einen energetischen Nachteil bedingt.

Vorteilhaft ist, daß der Bedarf an Beleuchtung und die zur Verfügung stehende Tageslichtmenge im Bereich von Büros zeitlich synchron sind, d.h. daß die Sonnenenergie in Form von Tageslicht keinen Zwischenspeicher benötigt. Der Wirkungsgrad ist hoch, da das Auge an das Spektrum des Tageslichts optimal angepaßt ist: Ein Anhaltspunkt ist die Daumenregel, daß die auf eine DIN-A6 Fläche (Postkartengröße) treffende direkte Solarstrahlung ausreicht, einen Arbeitsplatz von der Größe eines Schreibtisches zu beleuchten. Zudem empfinden die meisten Menschen das Arbeiten bei Tageslicht angenehmer als bei Kunstlicht [NSV84]. Damit ist die Tageslichtbeleuchtung eine der einfachsten und direktesten Nutzungen der Solarenergie.

Nachteilig bei der Tageslichtnutzung sind Fluktuationen im Sonnenlichtangebot: Wolken bedingen kurzfristige Variationen, jahreszeitliche und tageszeitliche Schwankungen ändern die Gesamtenergie und den Winkel, mit dem direkte Strahlung einfällt.

An einem Arbeitsplatz sollte aber die Variation der Beleuchtungsstärke in Grenzen gehalten werden. Sowohl räumlich (Vermeidung von Schlagschatten und Blendungen), als auch zeitlich (Arbeiten während eines Tages an Bildschirmarbeitsplätzen, deren Monitor-Helligkeit nur in engen Grenzen einstellbar ist) sollten die Arbeitsbedingungen wenig schwanken [Sch92, II-1.1]. Dazu be-

darf es Abschattungssysteme und lichtstreuender Fenstermaterialien, die automatisch oder manuell eine Regelung erlauben und die gewünschte Ausleuchtung der Arbeitsfläche gewährleisten.

Auch verursacht der Grundriß der Arbeitsräume Probleme der Tageslichtverteilung: Selbst bei großzügig ausgelegten Fensterflächen mit Standard-Verglasung ist die Lichtverteilung in langgestreckten Büroräumen nicht optimal. Da meistens die kürzeren Stirnflächen nach außen zeigen, fällt die Helligkeit mit zunehmender Entfernung vom Fenster in diesen langgestreckten Räumen stark ab. Direkt am Fenster ist es zu hell, in hinteren Teilen des Raumes zu dunkel. Ein Designkriterium ist daher die Lichtlenkung in tiefere Raumbereiche durch Lichtreflektoren, Vorbauten ('light-shelves') oder Lichtlenkelemente im Fensterbereich (siehe unten, [Lec91, Seite 320]).

Dazu stehen Fenster-Materialien zur Verfügung, die den Lichtstrom in tiefere Raumbereiche lenken (u.a. Prismen, Spiegelprofile), die räumliche Variation der Lichtverteilung ändern (u.a. streuende Materialien) und die gesamte Lichtmenge regulieren (u.a. thermotrope, elektrochrome und gasochrome Materialien).

Diese Materialien entziehen sich durch ihre komplexere Materialcharakterisierung *bisherigen* Methoden der Auslegung von Tageslichtbeleuchtung. Unter anderem deshalb, weil die Verwendung in Architekturmodellen unter einem "künstlichen Himmel" (Sonnensimulator) nicht möglich ist, da die Materialien nicht skalierbar sind, d.h. es gibt von lichtlenkenden oder streuenden Materialien kein Modell im Maßstab des Architekturmodells.

Dagegen ermöglicht die Simulation der Räume mittels Computerprogrammen bereits in der Planungsphase die genaue Vorhersage der Lichtverhältnisse in den zu bauenden Gebäuden. Dazu müssen die Materialcharakteristika in-vitro gemessen werden und als mathematisches Modell in die Computerprogramme eingebunden werden. Dies ist das Thema dieser Arbeit.

1.2 Derzeitige Methode zur Auslegung von Tageslichtbeleuchtung

Architekten und Bauingenieure verwenden eine Reihe von Methoden zur Abschätzung der Fensterparameter, wie z.B. Größe und Orientierung. Geometrische Skizzen und Architekturmodelle dienen zur Vorhersage von Abschattungen (Bäume, andere Gebäude, Selbstverschattung der Fassade), Sonnenstandsdiagramme werden zur Auslegung von Winter- und Sommerlichtverhältnissen verwendet. Die Berechnung des Tageslichtfaktors (Quotient aus den Beleuchtungsstärken im Innenraum und außen bei diffuser Beleuchtung, [Nor83]) wird im konkreten Fall (Gebäude mit Balkonen, komplexer Geometrie usw.) mühsam ([Sch92, II-1.1, Seite 11]). Reflexionen, Streuung und Abschattung machen eine analytische Beschreibung nur grob möglich (Faustregeln).

In zunehmendem Maße kommen Simulationsprogramme auf Personal Computern (PCs) zum Einsatz: So bietet fast jedes Zeichenprogramm für Architekten (Architektur CAD Programm) eine Möglichkeit, die Sonnenstände und Verschattungen für jede Tageszeit zu berechnen. Leider wird dabei nur die direkte Sonnenstrahlung ohne konkretes Himmelslichtmodell verwendet, und praktisch alle CAD-Zusatzprogramme können lichtlenkende Materialien nicht berechnen. Für den Simulationsteil dieser Arbeit wurde jedoch ein eigenständiges Lichtsimulationsprogramm (RADIANCE) verwendet und entsprechend modifiziert und ergänzt, so daß die vollständige Lichtsimulation auch komplexer Tageslichtelemente möglich ist. Das Programm läuft sowohl auf PCs, als auch auf den leistungsfähigeren Workstations (mit UNIX Betriebssystem). Abbildung 1.1 zeigt die wesentlichen Eingabeparameter und Ausgangsgrößen einer solchen Tageslichtsimulation.

1.3 Neue Fenster-Materialien

Der Zweck neuer Fenstermaterialien ist die bessere Ausleuchtung der Innenräume, sowohl von der Gesamtmenge des einfallenden Lichts, als auch dessen vorteilhafte Verteilung. Abbildung 1.2 zeigt drei Vertreter dieser Materialien und ihr lichtlenkendes oder lichtstreuendes Verhalten in typischen Einbaulagen.

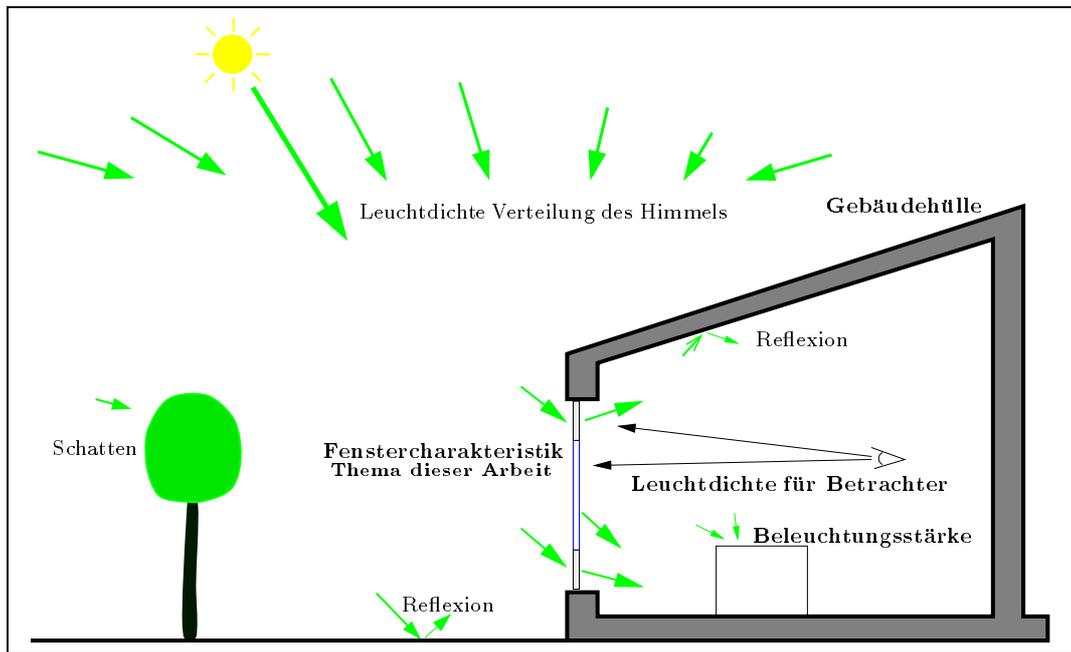


Abbildung 1.1: Parameter der Tageslichtsimulation

Steht kein Oberlicht zur Verfügung, muß das Licht für tiefere Raumbereiche vom oberen Teil des Fensters aus über die Decke in tiefere Raumbereiche gelenkt werden¹. Dazu werden Materialien verwendet, die das Licht umlenken, zum Beispiel Reflektoren, Prismen oder holographische Schichten. Beim Einbaufall im Dach wird zum Teil eine lichtstreuende Wirkung benötigt, zum Beispiel durch Polymerschichten oder Aerogele. Die Winkelverteilung des Streulichts sollte Raumgröße und Raumhöhe angepaßt sein, d.h. für verschiedene Räume werden verschiedene Materialien eingesetzt.

1.4 Übersicht dieser Arbeit

Ausgehend von der klassischen Elektrodynamik werden in Kapitel 2 zuerst die theoretischen Grundlagen (u.a. Streumatrix, Miestreueung, Mehrfachstreuung) der Streuung elektromagnetischer Wellen in anisotropen Medien behandelt.

Das Kapitel 2 enthält im weiteren die Grundlagen und den Formalismus, mit dem sich die Messungen und Simulationen beschreiben lassen (u.A. Strahldichte, *BRTF*, Transmissions- und Reflexionskoeffizienten). Es ist ausführlich, da sich keine geeignete andere Zusammenfassung fand und die verwendeten optischen Größen konsistent aus der Definition der Strahldichte hergeleitet werden. Dies erleichtert den Zugang zu Messungen, Modellierung und Anwendung der Meßwerte.

Kapitel 3 enthält eine Beschreibung der Apparatur zur Vermessung der Materialien und die Methoden der Datenauswertung. Aufbauend auf der Meßapparatur, die in der Diplomarbeit gebaut wurde, werden Verbesserungen des Meßaufbaus und die Auswertung der Meßdaten vollständig dargestellt.

Als Ergänzung zur experimentellen Messung der Materialien ist in Kapitel 4 die Raytracing Simulation vorgestellt, die die Eigenschaften von lichtlenkenden Elementen berechnet. Dabei werden die Ergebnisse eines Strahlverfolgungsprogramms so interpretiert, das die Berechnung der *BRTF*

¹Darüberhinaus existieren Verfahren zur Lenkung des direkten Sonnenlichts, z.B. Lichtschächte oder Glasfasern, die meist mit nachgeführten Spiegel- oder Linsensystemen kombiniert werden. Der Hauptvorteil liegt in der Energiedichte konzentrierten Sonnenlichts, der Nachteil in den aufwendigen Nachführungselementen. Die ausführliche Beschreibung wäre eine weitere Arbeit.

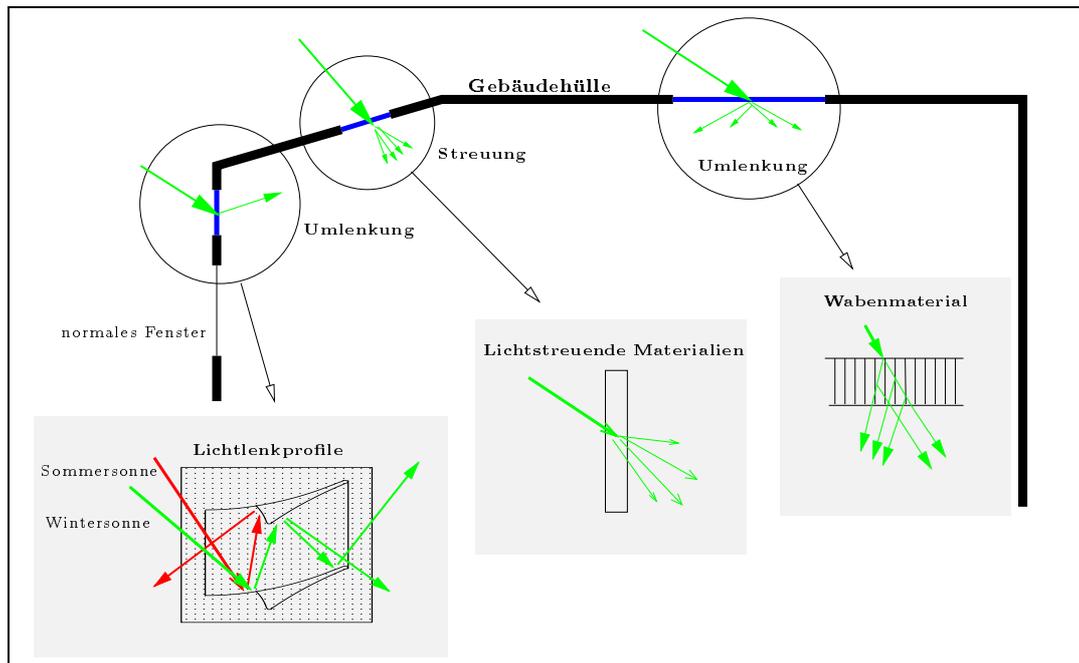


Abbildung 1.2: Einbaumöglichkeiten der neuen Materialien

eines optischen Systems möglich ist. Die Verwendung des bereits existierenden Programms für diese Fragestellung ist neu.

Die Daten der Materialien werden in Simulationsprogrammen verwendet, und die sich daraus ergebenden Anforderungen an die mathematischen Modelle sind Gegenstand von Kapitel 5. Dazu wurden aus einem existierenden Programm zur Tageslichtsimulation zuerst die verwendeten physikalischen Modelle extrahiert, da bisher keine geeignete Dokumentation darüber existierte. Anhang A enthält zusätzlich die Ergebnisse, soweit sie nicht direkt in der Arbeit verwendet wurden. Kapitel 6 enthält als Kernstück der Arbeit die gemessenen Daten und Ergebnisse der Modellbildung. Dabei werden die Ergebnisse mit einem eigenen (empirischen) Modell und mit Ergebnissen aus der Theorie der Mehrfachstreuung verglichen. Letztere gestattet die Rückschlüsse auf sog. mikroskopische Streuparameter (Streulängen, Phasenfunktionen) und ermöglicht somit eine Optimierung der Materialherstellung.

Kapitel 7 beschreibt die Grundlagen der Licht-Simulations-Programme, die Einbindung der Materialdaten und Ergebnisse der Simulation. Dies setzt voraus, daß die verwendete Lösung der Strahlungstransportgleichung klar umrissen ist, deshalb werden die derzeitigen Methoden der Computergrafik auf ihre zugrunde liegenden physikalischen und numerischen Methoden untersucht.

1.5 Arbeiten mit verwandter Zielsetzung ²

Eine Übersicht der *Meßapparaturen* mit großen Ulbrichtkugeln am ISE gibt [Pla94]. Das Goniophotometer ist in [AB90] und [AB94] beschrieben, die Erweiterung wird in [Har95] in größerem Detail enthalten sein. Eine interessante Methode zur Datenauswertung wurde in [Sch93] entwickelt.

In [Del95] wurde ein Modell für *Außenlichtverteilung* entwickelt und Meßapparaturen für die Verteilung des Himmelslichts beschrieben. Ein Vergleich zwischen Rechnungen und Modellmessungen ist in [Sch94] enthalten.

²Diese Auflistung ist bei weitem nicht vollständig, sondern nur Anknüpfungspunkt für zukünftig Interessierte.

Theoretische Modelle für *Aerogel* finden sich in [Fer94], *thermotrope Schichten* werden am ISE von Fr. Helen-Rose Wilson untersucht, und die Gruppe um Hr. Michael Köhl beschäftigt sich u.a. mit *elektrochromen Schichten*. Weitere Diplomarbeiten zum Thema "neue Fenstermaterialien" sind derzeit in Arbeit.

Am Lawrence Berkeley Laboratory wurde in den 80er Jahren eine Meßapparatur aufgebaut und ein Matrixformalismus entwickelt [SNK85], [Spi84], zur Zeit beginnt dort Mike Rubin mit der weiteren Modellierung von komplexen Fenstersystemen.

Kapitel 2

Grundlagen der Optik

2.1 Grundlagen aus der klassischen Elektrodynamik

Die Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie erfolgt in verschiedenen Modellen, die in Tabelle 2.1 in eine grobe Liste sortiert sind. Angefangen mit der Quantum-Elektrodynamik (QED), die die umfassendste Beschreibung liefert, sind jeweils Phänomene aufgeführt, die die nächst einfachere Beschreibung nicht mehr enthält.

<p>QED : ist die derzeit umfassendste Theorie Sie beinhaltet: Quanteneffekte wie Photoeffekt, Vakuumpolarisation.</p> <p>Klassische Elektrodynamik : setzt voraus, daß die übertragenen Energien groß gegenüber der Photon-Energie sind Sie beinhaltet: klassische Effekte der Wellennatur: Beugung, Interferenz, ...</p> <p>Geometrische Optik : ist gültig, falls die Dimension von Blenden usw. groß gegenüber der Wellenlänge sind. Sie beinhaltet Brechung und Spiegelungen.</p> <p>Photometrik : betrachtet Energieübertragung zwischen Flächen auf Grund der geometrischen Relation der Flächen im dreidimensionalen Raum und verwendet ein (verglichen mit der Klassischen Elektrodynamik) einfaches Modell der Energieabstrahlung eines Flächenelements. Absorption oder Streuung auf dem Weg zwischen den Flächen wird vernachlässigt (passives Medium, <i>non participating media</i>).</p> <p>Strahldichte-Berechnung in Computergrafik : verwendet einfache, standardisierte Modelle der Flächeneigenschaften.</p>
--

Abbildung 2.1: Übersicht der grundlegenden Modelle

Die Schwerpunkte dieser Arbeit verwenden folgende Modelle: Das Strahlungsgleichgewicht in Innenräumen und die zugrundeliegende Integralgleichung (Kap. 7.1) fußen auf der geometrischen Optik und Photometrik. Die Materialeigenschaften werden entweder mit geometrischer Optik (z.B. Spiegelelemente Kap. 4) oder klassischer Elektrodynamik (u.A. Aerogel, Kap. 2.1.3) beschrieben.

In diesem Abschnitt werden zusätzlich folgende Symbole benötigt, deren Bedeutung sich bei einigen Größen nach ihrem Kontext richtet. Diese Notation wurde verwendet, um kompatibel zu anderen Arbeiten zu bleiben.

\mathbf{E}	Vektor des elektrischen Felds
ω	Winkelfrequenz (in Kap. 2.1.3.1) oder Einzelstreueralbedo (in Kap. 2.1.3.4)
E	Komponente von \mathbf{E}
λ	Wellenlänge
p	Phasenfunktion
P_l	Legendre Polynom
\mathbf{Y}_l^m	skalierte Legendrepolynome, $\mathbf{Y}_l^m(\mu) := \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\mu)$
μ	magnetische Permeabilität (in Kap. 2.1.1 und 2.1.2)
μ	Ausfallswinkel (in Kap. 2.1.3.4)
τ	optische Dicke (in Kap. 2.1.3.4)

2.1.1 Optik der "Gaussian-Beams"

Das später beschriebene Konzept der Photometrik, bei dem Strahlungsenergie von beliebig kleinen Flächen in beliebig kleine Raumwinkel abgestrahlt werden kann, beinhaltet keine Beugungseffekte und ist somit formal inkompatibel zu den Maxwell-Gleichungen.

Ein Formalismus, der u.a. für die Beschreibung von Laser-Resonatoren verwendet wird, kann als Übergang zwischen einer vollständigen Lösung der Maxwell-Gleichungen und der Photometrik interpretiert werden. Hier soll kurz beschrieben werden, wie diese sog. *Gaussian Beams*¹ definiert sind. Die Maxwell-Gleichungen im ladungsfreien, homogenen und isotropen Raum sind (u.A. [Jac75, Seite 270 ff]):

$$\begin{aligned}\nabla \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\mu \epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Wird für jede \mathbf{E} und \mathbf{B} Komponente sinusförmige Zeitabhängigkeit $\exp(-i\omega t)$ vorausgesetzt und $k := \sqrt{\mu \epsilon} \omega / c$ definiert, gilt für jede Komponente die skalare Wellengleichung:

$$(\nabla^2 + k^2) E(x, y, z) = 0\tag{2.2}$$

Um Wellen zu untersuchen, die sich entlang der z-Achse ausbreiten, wird ein Faktor $\exp(-ikz)$ absepariert und eine neue Variable u eingeführt ([Sie86, Kap. 16, 17]):

$$E(x, y, z) = u(x, y, z) e^{-ikz}\tag{2.3}$$

für die aus (2.2) folgt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0\tag{2.4}$$

In der *paraxialen Näherung* wird jetzt angenommen, daß u sich nur langsam entlang der z-Koordinate ändert:²

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad \text{und} \quad \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right| \quad \text{und} \quad \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|\tag{2.5}$$

und daher in (2.4) vernachlässigt wird:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0\tag{2.6}$$

¹In Hinblick auf die ausführliche Beschreibung in [Sie86] wird hier die englische Bezeichnung nicht eingedeutscht.

²Siegman ([Sie86, 16.1]) gibt an, daß diese Näherung möglich ist, wenn der Strahlverlauf der paraxialen Strahlen kleiner als 30° zur z-Achse ist. Für weitere Verifizierung dieses Ansatzes siehe ebenda.

Diese Gleichung wird u.a. gelöst durch die *Gaussian Beams* [Sie86, p639]:

$$u(x, y, z) = \frac{1}{\tilde{q}(z)} \exp \left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2\tilde{q}(z)} \right] \quad (2.7)$$

wobei die komplexe Größe $\tilde{q}(z)$ im freien Raum gegeben ist durch:

$$\tilde{q}(z) = \tilde{q}_0 + z - z_0 \quad (2.8)$$

Es werden die reellen Variablen "radius of curvature" $R(z)$ und "spot size" $\omega(z)$ eingeführt mit:

$$\tilde{q}(z) =: \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)} \quad (2.9)$$

Abb. 2.2 skizziert einen Gaussian-Beam: Für $z=0$ wird $R(0) = \infty$ und $\omega(0) = \omega_0$ angenommen, die xy-Verteilung ist somit hier am kleinsten (Strahltaille, *beam waist*) und läuft mit zunehmendem z "auseinander". Wird $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ eingeführt, läßt sich für jeden z -Wert ein Radius $r_{1/e}$ angeben, bei dem $|u(x, y, z)|$ für ein festes z auf $1/e$ des Maximalwerts gefallen ist. Der (kleine) Winkel $\theta_{1/e}$ ist mit $\tan \theta \approx \theta$ gegeben mit:

$$\theta_{1/e} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{r_{1/e}(z)}{z} = \frac{\lambda}{\pi \omega_0} \quad (2.10)$$

In einem Kegel mit Öffnungswinkel $2\theta_{1/e}$ ist somit 86% der abgestrahlten Energie enthalten.

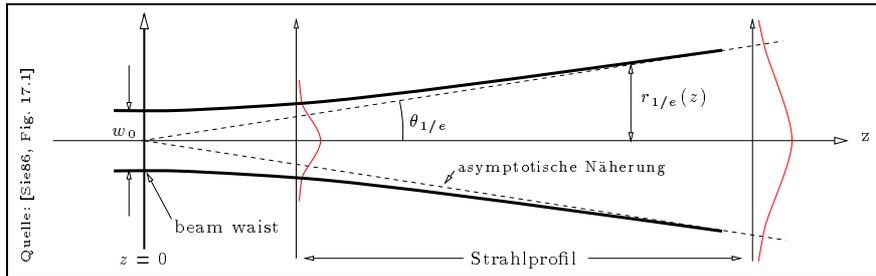


Abbildung 2.2: Zur Definition des gaussian beams

Was sagt uns das ? Die Gaussian-Beams geben eine durch die Wellennatur nicht unterschreitbare Grenze für die Abstrahlung von Energie von einer kleinen Fläche in einen kleinen Raumwinkel an. Je kleiner die Fläche, desto größer wird der Winkelbereich, in den sie durch Beugung strahlt.

Dieses wird im weiteren in Definitionen und Idealisierungen (z.B. paralleles Licht) vernachlässigt, da die verwendeten Meßapparaturen und Anwendungsfälle nicht beugungsbeschränkt sind: Für $\lambda=550\text{nm}$ (grünes Licht) und eine abstrahlende Fläche $w_0=1\text{cm}$ ist $2\theta_{1/e}=0.12$ Bogenminuten, mindestens eine Größenordnung kleiner als andere relevante Winkelauflösungen (z.B. der Meßapparat mit ≈ 3 Bogenminuten).

2.1.2 Fresnel-Formeln

Im weiteren werden die Fresnel-Formeln für die Reflexion und Transmission ebener Wellen an einer dielektrischen Grenzschicht gebraucht, die deshalb kurz wiedergegeben werden:

Allgemein ist τ , das Verhältnis der elektrischen Feldstärken ebener, linear polarisierter Wellenfronten bei Transmission an einer dielektrischen, ebenen Grenzschicht für senkrechte und parallele Orientierung des E-Vektors zur Einfallsebene, die von Ausbreitungsrichtung und Grenzschichtnormalen aufgespannt wird, gegeben mit (siehe u.A. [Jac75, Seite 280]):

$$\tau_{\perp}(\beta) = \frac{2 \cos(\beta)}{\cos(\beta) + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2(\beta)}} \quad (2.11)$$

$$\tau_{\parallel}(\beta) = \frac{2\tilde{n} \cos(\beta)}{\frac{\mu_1}{\mu_2} \tilde{n}^2 \cos(\beta) + \sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2(\beta)}} \quad (2.12)$$

Dabei ist β der Winkel zwischen Normale und Einfallrichtung im Medium mit Brechungsindex n_2 , γ der Winkel zwischen Normale und Ausfallrichtung und $\tilde{n} := n_1/n_2$. Im optischen Bereich gilt allgemein $\mu_1 = \mu_2$ (nicht magnetisierbare Medien). Für jede der beiden Polarisations Ebenen ergibt sich das Verhältnis der einfallenden und transmittierten *Intensitäten*, die Transmissionen T_{\parallel} und T_{\perp} , aus dem Verhältnis der zeitgemittelten Komponenten der Poyntingvektoren senkrecht zur Grenzfläche (siehe [KF88, Seite 62 ff], Brechungsgesetz):

$$T_{\parallel}(\beta) = \tau_{\parallel}^2(\beta) \frac{n_1 \cos(\gamma)}{n_2 \cos(\beta)} = \tau_{\parallel}^2(\beta) \frac{\sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2(\beta)}}{\cos(\beta)} \quad (2.13)$$

Zur Bestimmung der gesamten Transmission wird die einfallende, beliebig polarisierte Strahlung in zwei Komponenten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene, zerlegt. Die Komponenten werden mit T_{\parallel} und T_{\perp} gewichtet, und die Summe ergibt die Intensität nach Passieren der Grenzschicht. Bei Simulationsprogrammen, die geometrische Strahlen durch mehrere Grenzschichten verfolgen (*raytracing*, \leftrightarrow Kap. 4), wird die Polarisation jedes Strahls von Grenzschicht zu Grenzschicht mitgeführt und an jeder Grenzschicht neu in den parallel und senkrecht polarisierten Anteil zerlegt.

Einige Simulationsprogramme (z.B. RADIANCE) berücksichtigen die Polarisation nicht in dieser Weise: Die Strahlen werden bei jeder Grenzschicht als vollständig unpolarisiert angesehen, und Änderungen dieses Zustands beim Durchgang durch die Grenzschicht werden vernachlässigt. Daher ergibt sich dann die Gesamt-Transmission als arithmetisches Mittel von T_{\perp} und T_{\parallel} :

$$T_{gesamt}(\beta) := \frac{1}{2} \{T_{\perp}(\beta) + T_{\parallel}(\beta)\} \quad (2.14)$$

Analog definieren sich R_{\perp} , R_{\parallel} und R_{gesamt} für die Reflexion.

2.1.3 Einzel- und Mehrfachstreuung

2.1.3.1 Grundlagen der Streuung an einem Streuzentrum (Einzelstreuung)

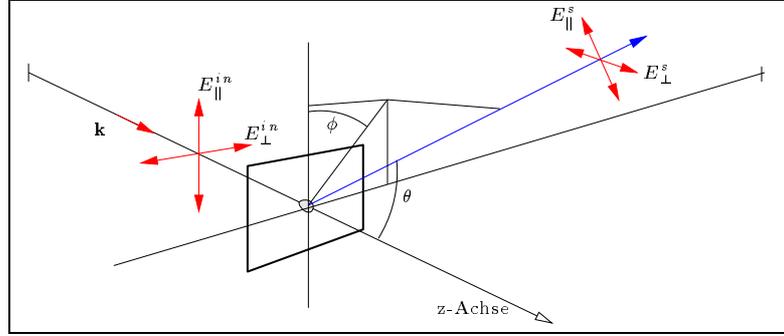


Abbildung 2.3: Zur Geometrie der Einzelstreuung

Die Streuung elektromagnetischer Wellen an einem *einzelnen* Streuzentrum wird beschrieben, indem ein Teil der Energie einer einfallenden, monochromatischen, ebenen Welle mit harmonischer Zeitabhängigkeit (Winkelfrequenz ω)

$$\mathbf{E}^{in} = \mathbf{E}_0 e^{-ikz+i\omega t} \quad (2.15)$$

an dem Streuzentrum abgelenkt wird³ und in großer Entfernung vom Streuzentrum ($kr \gg 1$) beschrieben wird durch (siehe Abb. 2.3):

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^s \\ E_{\perp}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \frac{1}{ikr} e^{-ikr+i\omega t} \begin{pmatrix} E_{\parallel}^{in} \\ E_{\perp}^{in} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Diese Formulierung beinhaltet folgendes Konzept: (a) die gestreute Strahlung nähert sich für große kr asymptotisch der radialen Abhängigkeit einer Kugelwelle⁴, und der radiale und winkelabhängige Anteil sind separierbar (exponentieller Term in (2.16)), (b) jede einfallende Strahlung ist als Linearkombination zweier linear polarisierter Wellen darstellbar, diese beiden Komponenten ($E_{\perp}^{in}, E_{\parallel}^{in}$) werden getrennt betrachtet, (c) durch ein geeignetes Koordinatensystem in Ausfallsrichtung wird die gestreute Strahlung ebenfalls in ($E_{\perp}^s, E_{\parallel}^s$) zerlegt und (d) dadurch ist der Streuvorgang durch eine 2x2 Matrix \mathbf{S} beschreibbar.

Für kugelförmige (symmetrische) Streuzentren ist $S_3 = S_4 = 0$ aus Symmetriegründen. Für diese wird die *Phasenfunktion* definiert mit:⁵

$$p(\theta) := 2\pi \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{\int_{4\pi} |S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2 d\Omega} \quad (2.17)$$

$p(\theta)$ ist normiert mit:

$$\frac{1}{4\pi} \int p(\theta) d\Omega = 1$$

Die Phasenfunktion des Einzelstreuzentrums ist die Eingangsgröße der Mehrfachstreu-Theorie (\leftrightarrow übernächster Abschnitt). Für $p(\theta)$ wurden Modelle entwickelt, von denen die für die Materialien relevanten im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.

³Respektive dort Multipole erzeugt, die ihrerseits strahlen.

⁴Das impliziert eine endliche Ausdehnung des Streuzentrums.

⁵Definition des Raumwinkелеlements $d\Omega$ siehe Def. 2.26.

2.1.3.2 Modelle für Einzelstreuung

Gustav Mie gelang 1908 eine analytische Beschreibung der Streuung an einer Kugel beliebigen Durchmessers, die ausführlich u.a. in [BW87, Kap. 13.5] hergeleitet wird. Bedeutung haben diese Formeln, da sie sowohl die Sonderfälle der Rayleigh-Streuung (Kugeldurchmesser \ll Wellenlänge) und geometrischer Streuung (Kugeldurchmesser \gg Wellenlänge) enthalten, als auch zur Approximation für Streuzentren beliebiger Geometrie verwendet werden können.

In Abbildung 2.4-A sind Beispiele für Mie-Streuung an einer Kugel mit Brechungsindex $n_1 = 1.25$ in einem Medium mit Brechungsindex $n_2 = 1.0$ aufgetragen. Parameter der Mie-Streuung ist der Größenparameter $x = R/\lambda$; das Verhältnis von Radius der Kugel zur Wellenlänge der einfallenden Strahlung. Für kleine x wird die Mie-Streuung durch die Rayleigh-Streuung beschrieben (Dipolabstrahlung der Streuzentren) mit

$$p \sim 0.5(1 + \cos^2 \theta_{out}) \quad (2.18)$$

und symmetrischer Verteilung für Vorwärts/Rückwärtsrichtung.

Für größere x verschiebt sich das Maximum der Verteilung in Vorwärtsrichtung und es treten Minima auf, deren Anzahl mit x zunimmt. Für große x (z.B. $x = 100$ in Abb. 2.4-B) oszilliert die Mie-Funktion stark. Für wellenlängen-integrale Messungen werden die Mie-Verteilungen jedoch über die Wellenlänge integriert, d.h. über den Parameter x , so daß sich die Oszillationen mitteln. Für diesen Fall ist in Abbildung 2.4-B eine Näherung für große x und einem Brechungsindex $n_1 \approx 1$ angegeben.

$$p \sim \frac{(n-1)^2}{[4(n-1)^2 + \theta_{out}^2]^2} \quad (2.19)$$

Diese Näherung für Streuung durch Reflexion und Brechung an großen Kugeln (Regenbogenproblem) (u.A. [Fer94]) wird zur Beschreibung der Aerogelstreuverteilung verwendet werden.

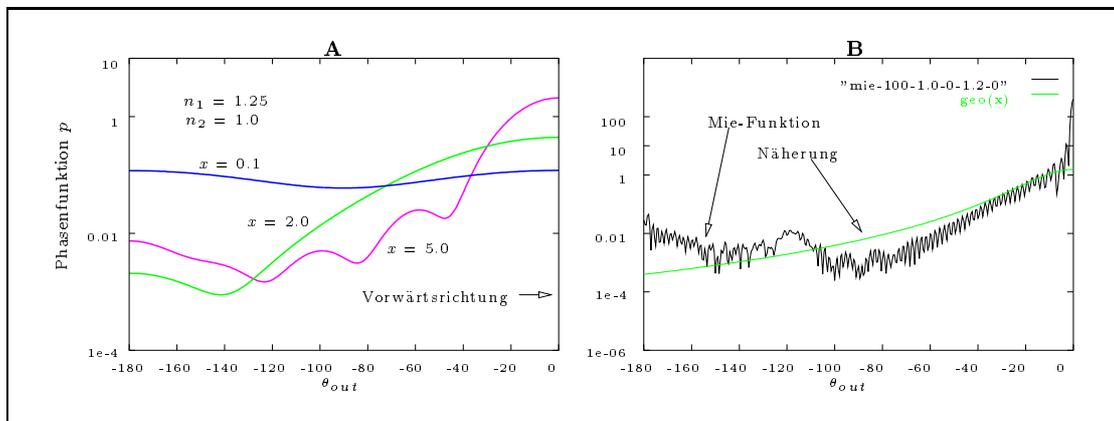


Abbildung 2.4: Mie-Streuung für verschiedene Größenparameter x

2.1.3.3 Mehrfachstreuung und Strahlungstransportgleichung (STG)

Viele später zu messende Materialien können als homogene Schicht zwischen planparallelen Glasplatten beschrieben werden, deshalb wird im folgenden die Theorie der Mehrfachstreuung skizziert. Zusammen mit dem Modell der Einzelstreuprozesse (siehe oben) bildet sie eine Verbindung der mikroskopischen Streuparameter (Größe der Streuzentren, Brechungsindizes, Streuquerschnitte usw.) mit der makroskopischen Winkelverteilung des an der Probe gestreuten Lichts. Die Messung der winkelabhängigen Lichtstreuung liefert somit, zusammen mit spektrometrischen Daten, die mikroskopischen Streuparameter einer Probe.

Ein Wort zum Platz der STG-Lösung in dieser Arbeit: Die Verbindung zwischen Meßdaten und mikroskopischen Streuparametern erfolgt, wie weiter unten beschrieben wird, durch numerisch aufwendige Rechnungen, da keine analytischen Lösungen der makroskopischen Winkelverteilung für reale Modelle der Einzelstreuprozesse existieren. Für die Verwendung in derzeitigen Simulationsprogrammen ist die zu beschreibende kombiniert iterativ/analytische Lösung entweder aus Gründen der Rechenzeit zu komplex, oder dieser Algorithmus ist im Simulationsprogramm nicht implementierbar. Deswegen wird in Kap. 5.1 ein geeigneteres Modell für die Verwendung in Simulationsprogrammen vorgeschlagen, das den zentralen Teil der Arbeit bildet. Im folgenden wird die von Jörg Ferber [Fer94] entwickelte Lösung beschrieben, um in Kap. 6.2 die Auswertung der Aerogel-Streudaten und die Bestimmung der mikroskopischen Streuparameter durchzuführen.

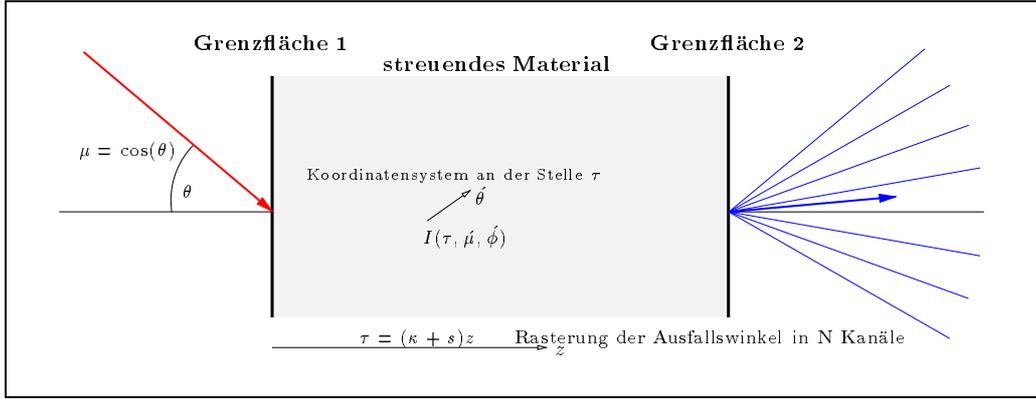


Abbildung 2.5: Geometrie und Notation für Mehrfachstreu-Theorie

Der Transport inkohärenter, monochromatischer Strahlung durch ein homogenes Medium zwischen zwei planparallelen Grenzflächen läßt sich durch eine *Strahlungstransportgleichung* (STG) beschreiben ([Cha60],[Fer94]):

Dazu wird, wie in Abb. 2.5 skizziert, ein Koordinatensystem (μ, ϕ) eingeführt, mit $\mu = \cos(\theta)$. Die *optische Dicke* $\tau = \gamma z$ wird als Koordinate senkrecht zu den planen Begrenzungsflächen verwendet. Eine Koordinate parallel zu diesen ist nicht nötig, da die Probe als unendlich ausgedehnt und die Begrenzungsflächen als plan und konstant angenommen werden.

Materialgrößen sind der *Extinktionskoeffizient* γ und die *Redistributionsfunktion* $p(\mu, \phi, \acute{\mu}, \acute{\phi})$ (dies ist die Phasenfunktion des Einzelstreuprozesses). Die einfallende Strahlung ist im *Quellterm* $Q(\tau, \mu, \phi)$ enthalten. Damit ist die STG eine Integro-Differentialgleichung:

$$\mu \frac{d}{d\tau} \mathcal{I}(\tau, \mu, \phi) = - \underbrace{\mathcal{I}(\tau, \mu, \phi)}_{\text{Extinktion}} + \underbrace{\frac{\omega}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 p(\mu, \phi, \acute{\mu}, \acute{\phi}) \mathcal{I}(\tau, \acute{\mu}, \acute{\phi}) d\acute{\mu} d\acute{\phi}}_{\text{Streuung}} + \underbrace{Q(\tau, \mu, \phi)}_{\text{Quellterm}} \quad (2.20)$$

Die linke Seite von (2.20) gibt die Änderung der Strahlstärke \mathcal{I} im Material an⁶, und die drei Terme auf der rechten Seite repräsentieren den exponentiellen Abfall der Strahldichte durch Extinktion, die Streuung von Licht aus Richtung $(\acute{\mu}, \acute{\phi})$ in Richtung (μ, ϕ) am Punkt τ und die Emission von Licht am Punkt τ in Richtung (μ, ϕ) . ω ist das *Einzelstreuvermögen*, das angibt wieviel Leistung gestreut (aber nicht absorbiert) wird, und wird eingeführt, da $p(\mu, \phi, \acute{\mu}, \acute{\phi})$ normiert ist.

Diese Bilanzgleichung für den Energietransport im Material wird mit den Einzelstreuprozessen verknüpft, indem die Redistributionsfunktion mit der Phasenfunktion des einzelnen Streuzentrums identifiziert wird [Fer94]. Im realen Material erfolgt die Streuung an diskreten, zufällig verteilten

⁶Zur Strahlstärke Definition siehe Kap. 2.3.

Streuzentren, die im Vergleich zur Dimension der Schichtdicke so dicht liegen, daß das Material als homogen angenähert wird. Bei bekanntem Modell für die Streuung an *einem* Zentrum ergibt sich die Winkelverteilung somit aus der Lösung von (2.20).

Von der STG sind keine allgemeinen analytischen Lösungen bekannt. Als Ausweg bieten sich entweder analytische Lösungen für Näherungen von (2.20) (z.B. das Vierfluß-Modell) oder numerische Lösungen an.

2.1.3.4 Numerische N-Kanal Lösung der STG

Die numerische Lösung von (2.20) wurde in [Fer94] hergeleitet, dort finden sich auch Rechnungen und Vergleiche mit Literaturwerten, sowie Messungen mit dem alten ISE Photogoniometer. Hier soll der Weg nur grob skizziert werden.

Der Ansatz zur numerischen Lösung besteht aus der Diskretisierung der Koordinate θ (bzw. μ) und der Fourierentwicklung in der Koordinate ϕ :

$$\mathcal{I}(\tau, \mu, \phi) \approx \sum_{m=0}^M \mathcal{I}_m(\tau, \mu_n) \cos(m(\phi - \phi_0)) \quad \text{für } \mu \in [\mu_n, \mu_{n+1}] \quad (2.21)$$

Wird (2.21) in (2.20) eingesetzt, ergibt sich für jede Fourier-Komponente ein lineares Differentialgleichungssystem mit $2N$ Gleichungen, wenn $2N$ μ_n -Kanäle verwendet werden.

Die weiteren Größen in (2.20) werden dazu wie folgt umgeformt: Die Phasenfunktion $p(\cos \psi)$ (ψ sei der Winkel zwischen Vorwärtsrichtung und Streurichtung) des Einzelstreuprozesses wird nach Legendre-Polynomen \mathbf{P}_l entwickelt (bis zu einem maximalen Index L , der als $L = 2N - 1$ gewählt wird)

$$p(\cos \psi) = \sum_{l=0}^L a_l \mathbf{P}_l(\cos \psi) \quad (2.22)$$

und ψ ergibt sich für zwei Richtungen $(\mu, \phi), (\acute{\mu}, \acute{\phi})$:

$$\cos \psi = \mu \acute{\mu} + \sqrt{1 - \mu^2} \cos(\phi - \acute{\phi})$$

damit wird p in eine Form $p(\mu, \phi, \acute{\mu}, \acute{\phi})$ mit skalierten Legendrepolynomen \mathbf{Y}_l^m umgerechnet:

$$p(\mu, \phi, \acute{\mu}, \acute{\phi}) = \sum_{m=0}^L (2 - \delta_{0m}) \sum_{l=m}^L a_l \mathbf{Y}_l^m(\mu) \mathbf{Y}_l^m(\acute{\mu}) \cos(m(\phi - \phi_0)) \quad (2.23)$$

Dabei ergibt sich der \cos -term aus der Legendre-Entwicklung und ermöglicht die Separation für die Fourierkomponenten der Strahlstärke, die (2.20) für jede Komponente umformt in:

$$\mu \frac{d}{d\tau} \mathcal{I}_m(\tau, \mu) = -\mathcal{I}_m(\tau, \mu) + \frac{\omega}{2} \sum_{l=m}^L a_l \mathbf{Y}_l^m(\mu) \int_{-1}^1 \mathbf{Y}_l^m(\acute{\mu}) \mathcal{I}_m(\tau, \acute{\mu}) d\acute{\mu} + Q_m(\tau, \mu) \quad (2.24)$$

wobei $Q_m(\tau, \mu)$ die Koeffizienten der Fourier-Entwicklung des Quellterms sind.

Das Integral in (2.24) wird mittels Gauß-Verfahren gelöst, wobei die Integration über die Bereiche $[-1 \dots 0]$ und $[0 \dots 1]$ getrennt durchgeführt wird ("Doppel-Gauß"-Verfahren), um die Auflösung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung zu erhöhen.

Die weiteren Schritte ⁷ ergeben die $2N$ Differentialgleichungen als Matrix, deren homogene und inhomogene Lösungen numerisch bestimmt werden und einen durch Interpolation der Eigenvektoren G_i der homogenen Lösung bestimmten analytischen Ausdruck f für die Fourierkomponente der Strahldichte an einem beliebigen Ort τ in Richtung μ :

$$\mathcal{I}_m(\tau, \mu) = f(\mu, G_{-N} \dots G_{+N}) \quad (2.25)$$

wobei jedes G_i noch von der Rasterung in μ und von der gewählten Fourierkomponente abhängt.

⁷Auf eine Beschreibung der mathematischen Details und Implementation muß hier verzichtet werden, da dies notwendigerweise eine Abschrift der kaum weiter komprimierbaren Herleitung in [Fer94, Seite 34-40] wäre.

2.2 Geometrischer Raumwinkel

2.2.1 Definition und Formeln

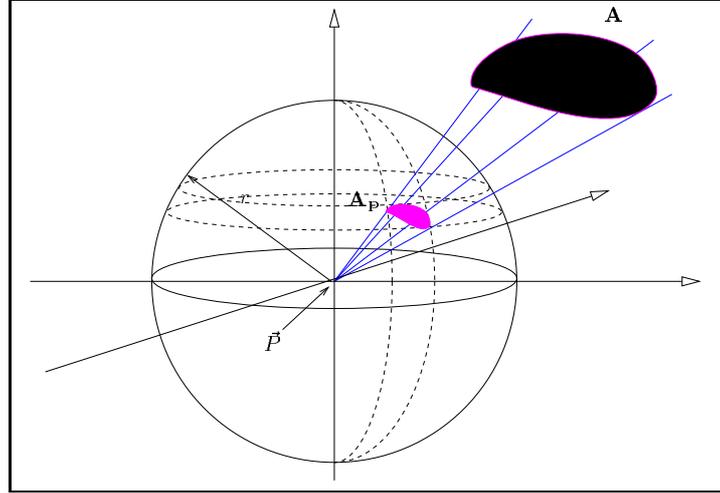


Abbildung 2.6: Zur Definition des Raumwinkels

Einer Fläche \mathbf{A} wird bezüglich des Punktes \vec{P} im 3d-Raum der Raumwinkel Ω zugeordnet, indem die Fläche \mathbf{A} auf die Kugel um Punkt \vec{P} mit Radius r projiziert (siehe Abbildung 2.6) und Ω definiert wird als:

$$\Omega := \frac{\mathbf{A}_p}{r^2} \quad (2.26)$$

Nach dieser Definition ist Ω eigentlich dimensionslos, zur leichteren Handhabung wird die Einheit [steradian] oder [sr] benutzt. Einfache Beispiele sind: Eine Halbkugel mit Mittelpunkt \vec{P} oder eine beliebig orientierte Ebene haben einen Raumwinkel $\Omega = 2\pi$, eine Vollkugel um \vec{P} nimmt 4π ein.

Für ein beliebig orientiertes, infinitesimales Flächenelement $d\mathbf{A}$ mit Abstand r von \vec{P} , dessen Normale \vec{n} mit der Verbindungslinie zu \vec{P} den Winkel α einschließt, folgt:

$$d\Omega = \frac{d\mathbf{A} \cos \alpha}{r^2} \quad (2.27)$$

Für eine ausgedehnte Fläche \mathbf{A} ergibt sich der Raumwinkel Ω_A durch Integration über die Fläche, wobei α und r von \vec{x} , dem Ortsvektor von $d\mathbf{A}$, abhängen:

$$\Omega_A = \iint_{\mathbf{A}} \frac{\cos \alpha(\vec{x})}{r(\vec{x})^2} d\mathbf{A} \quad (2.28)$$

Dieses Integral ist für einige geometrische Anordnungen von Fläche \mathbf{A} und Punkt \vec{P} tabelliert, wird aber im weiteren, wegen seiner nicht allgemeinen Lösbarkeit, nur zur exemplarischen Kontrolle einiger Simulationsergebnisse verwendet. Ist die Dimension der Fläche \mathbf{A} klein im Vergleich zum Abstand r vom Punkt \vec{P} , so können α und r in Gleichung (2.28) als konstant angenommen werden, und analog zu Gleichung (2.27) gilt:

$$\Omega_{\text{kleineFläche}} \approx \frac{\mathbf{A} \cos \alpha}{r^2} \quad (2.29)$$

Ohne Rechnung sei angefügt, daß der Raumwinkel für Polarkoordinaten (θ, ϕ) mit dem Ursprung in \vec{P} gegeben ist als:

$$d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (2.30)$$

2.2.2 Beispiel: Raumwinkel einer Kreisscheibe

Die Näherung in Gleichung (2.29) gilt nur für kleine Flächen in hinreichend großer Entfernung. Der Fehler zwischen der exakten Lösung von Integral 2.28 und der Näherung (2.29) wird später bei Messungen relevant werden, daher wird der Fehler am Beispiel einer Kreisscheibe überprüft (Abbildung 2.7). Der Scheibenradius sei R und der Abstand zwischen Scheibenmitte und einem senkrecht über der Mitte der Scheibe orientierten Punkt \vec{P} sei r : Durch einfache Integration über

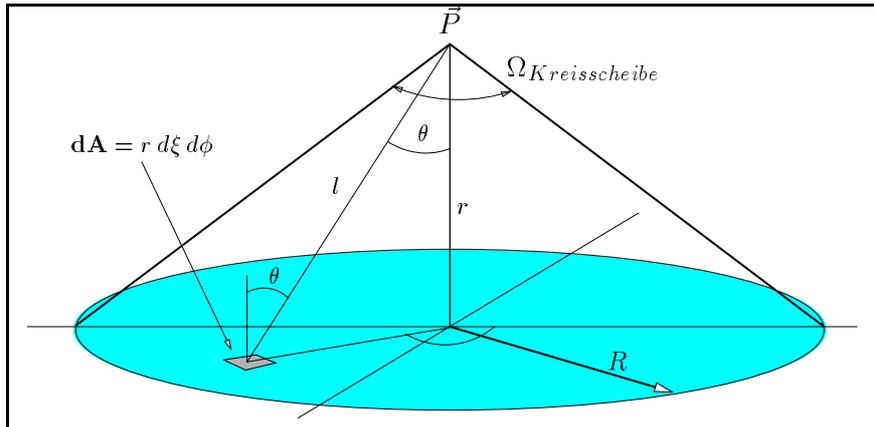


Abbildung 2.7: Zum Raumwinkel einer Kreisscheibe

die Kreisfläche ergibt sich aus Gleichung (2.28) die Formel (2.31-a). Die Näherung (2.29) ist in diesem Fall die Formel (2.31-b):

$$\Omega_{Kreisscheibe} = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{(R/r)^2 + 1}} \right) \Rightarrow \Omega_{Kreisscheibe} \approx \frac{\pi R^2}{r^2} \quad (2.31)$$

Der Näherungswert geht durch Taylorentwicklung erster Ordnung aus der exakten Lösung hervor: Dazu wird $\xi = (R/r)^2$ eingeführt und $\Omega_{Kreisscheibe} = 2\pi (1 - 1/\sqrt{\xi + 1})$ um $\xi = 0$ entwickelt, was auf $\Omega_{Kreisscheibe} = \pi\xi$ führt. In Abbildung 2.8 sind die beiden Lösungen gegen r/R aufgetragen. Der

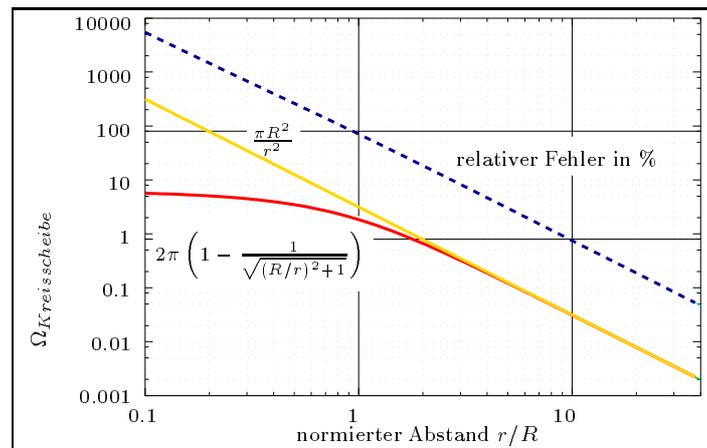


Abbildung 2.8: Raumwinkel einer Kreisscheibe für verschiedene Abstände

Grenzwert $(r/R) \rightarrow 0$ der exakten Lösung ist natürlich der Raumwinkel 2π , die Scheibe nimmt den

ganzen Halbraum ein. Interessant ist der Fehler (gestrichelte Linie), der in Prozent der exakten Lösung angeben ist: Ist der Abstand gleich dem Radius der Scheibe, beträgt der Fehler nahezu 100%, um bei doppeltem Abstand auf 20% zu fallen. Bei zehnfachem Abstand beträgt er nur noch unter 1%. Diese Ergebnisse der Kreisscheibe lassen sich als Anhaltspunkt verwenden, wann der Raumwinkel einer beliebig geformten Fläche mit der Näherung (2.29) berechnet werden kann. Die sogenannte *photometrische Grenzentfernung* [BS93, Seite 614] wird ungefähr bei zehnfachem Abstand definiert.

Außerdem folgt aus (2.31-a) der Raumwinkel eines Kegels mit Öffnungswinkel α durch $\tan(0.5\alpha) = R/r$ und $\cos(\arctan x) = 1/\sqrt{1+x^2}$:

$$\Omega_{Kegel} = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \quad (2.32)$$

2.2.3 Raumwinkel der Umgebung einer Raumrichtung

Zur leichteren Definition einiger später folgender radiometrischer Größen, sei der Raumwinkel “um eine Raumrichtung \vec{x}_0 herum” definiert als Maßzahl einer Umgebung von \vec{x}_0 , einem Element der normierten Vektoren des \mathbb{R}^3 :

$$\begin{aligned} \Omega(\vec{x}_0, \epsilon) &:= \text{Ma\ss}(U(\vec{x}_0, \epsilon)) \\ U(\vec{x}_0, \epsilon) &= \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \|\vec{x} - \vec{x}_0\| < \epsilon \wedge \|\vec{x}\| = 1\} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Die verwendete Norm legt dabei die Form des Raumwinkels (Kegel, Pyramide usw.) fest. Das Ma\ss M wird geeignet kompatibel zu (2.26) definiert (siehe auch [Bar83, Kap. 13 und 15]).

2.2.4 Koordinatensystem

Das in dieser Arbeit verwendete Koordinatensystem zeigt Abbildung 2.9. Wenn nicht anders angegeben, werden θ_{out} und θ_{in} beide von derselben Achse aus gemessen (standard Polarkoordinatensystem), so da\ss $\theta_{out} = [0 \dots 0.5\pi]$ Reflexion charakterisiert und $\theta_{out} =]0.5\pi \dots \pi]$ Transmission. In diesem Koordinatensystem ist θ_{out} immer positiv.

Abweichend von dieser Konvention wird in den 2d-Plots in Kap. 6 der Ausfallwinkel θ_{out} von der negativen Fl\achennormalen aus gemessen, um die Darstellung zu erleichtern. Daher ist in diesem Koordinatensystem $\theta_{out} \in]-0.5\pi \dots 0.5\pi]$.⁸

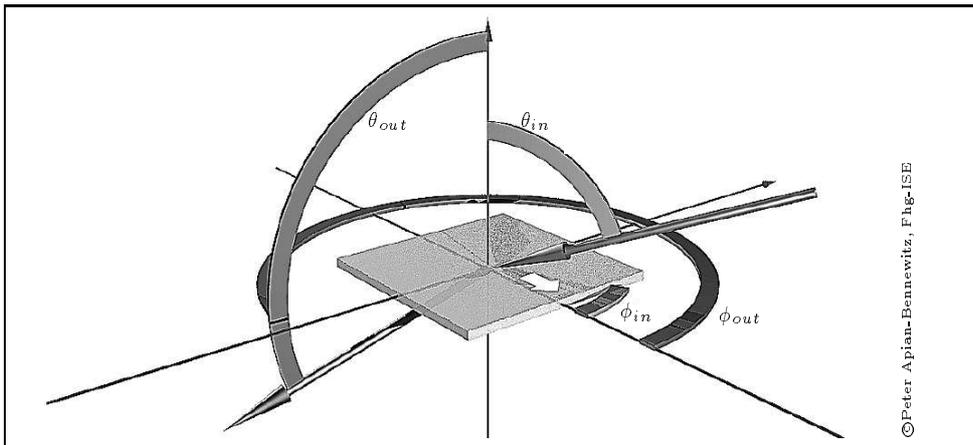


Abbildung 2.9: Verwendetes Koordinatensystem

⁸Dies ist auch die in [PW86] verwendete Konvention zur Formulierung einer Matrixschreibweise.

2.3 Radiometrische Grundgrößen

2.3.1 Definitionen

In der Elektrodynamik wird unter "Elektromagnetischer Energie" ein Integral über alle Wellenlängen verstanden, während in der Photometrie zwei Integrale verwendet werden: Die *radiometrische* Energie ist das Integral der spektralen Energieverteilung im Sinne der Elektrodynamik, wobei die ungefähren Grenzen durch die Energieverteilung im sichtbaren Teil des Sonnenlichts gegeben sind. Die *photometrische* "Energie" ist definiert als Integral der spektralen Energieverteilung gewichtet mit der Empfindlichkeitskurve des Auges $V(\lambda)$. Photometrische Einheiten beziehen sich demnach auf den Helligkeitseindruck im Auge. Die Polarisation des Lichts wird dabei meistens vernachlässigt.

Die in Abbildung 2.10 dargestellte wellenlängen-abhängige Empfindlichkeit des Auges ist ein durch Mittelung über Testpersonen gefundener Wert, der als Standard definiert wurde [Nor]. Sie hängt auch vom Absolutwert der einfallenden Strahlung ab, da das Auge sich durch Pupillenreflex und chemische Änderungen der Netzhaut (Zapfen- und Stäbchenadaptation [Sch92, Kap. I-2]) auf verschiedene Grundhelligkeiten einstellen kann. Es werden Tagsehen (photopisches Sehen, minimaler Leuchtdichte ca. 10 Cd) und Nachtsehen (skotopisches Sehen, bei optimaler Adaptation ca. 10^{-6} Cd, d.h. ca. 5 Photonen/sec pro Auge bei 550nm) unterschieden ([Nor]). So basiert die Ansicht "Nachts sind alle Katzen grau" auf der dunkel-adaptierten $V(\lambda)$ Kurve und dem reduzierten Farbsehen bei Dunkelheit⁹. Sofern nicht anders angegeben, beziehen sich hier photometrische Einheiten auf die Augenempfindlichkeit beim Tagsehen (photopische Sehbedingungen).

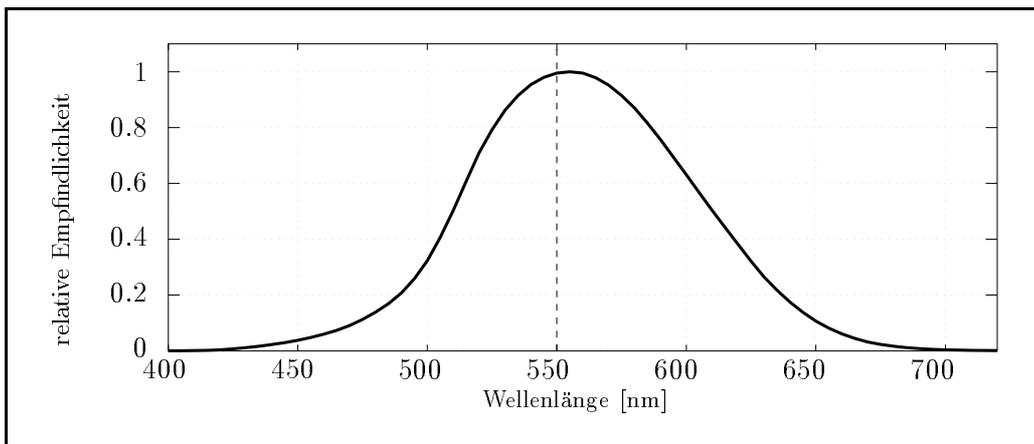


Abbildung 2.10: Empfindlichkeit des Auges für verschiedene Wellenlängen

In der geometrischen Optik ist der Lichtweg umkehrbar¹⁰, deshalb gibt es zu jeder photometrischen Grundgröße, die eine *abstrahlende* Fläche charakterisiert, eine äquivalente Größe für eine *absorbierende* Fläche. Die deutschen und englischen Bezeichnungen sind leider nicht derart symmetrisch, deshalb werden Namen nur für spezielle Größen eingeführt und in Formeln mit einem Index in und out oder e und a (Emitter und Absorber) gekennzeichnet. Soweit nicht anders angegeben, sind die emittierenden Flächen mit \mathbf{E} und die absorbierenden mit \mathbf{A} bezeichnet. In den folgenden Definitionen werden meist radiometrische Bezeichnungen (Strahlstärke, Strahldichte, Bestrahlungsstärke usw.) verwendet, die gleichen Formeln gelten jedoch auch in der photometrischen Version (Leuchtstärke, Leuchtdichte, Beleuchtungsstärke).

⁹Der komplexe Zusammenhang zwischen absoluter Helligkeit und relativem Helligkeitseindruck wird zum Beispiel in [Rus93] untersucht. Genaue Kenntnis ermöglicht die Lichtsimulation an Computerbildschirmen und mit Diaprojektoren, auch wenn deren absolute Helligkeit kleiner als die der realen Szene ist.

¹⁰Sofern kein Magnetfeld vorhanden ist. Mit dem Faraday-Effekt lassen sich "Rayleigh'sche Lichtfallen" konstruieren, die in einer Richtung durchlässig und in der entgegengesetzten undurchlässig sind [BS93, Seite 595].

Grundlegende Größe ist die *Strahlungsleistung*, die durch elektromagnetische Wellen übertragen wird. Die radiometrische Einheit ist [Watt], die photometrische ist [Lumen].

Strahlungsleistung	Φ	(2.34)
---------------------------	--------	--------

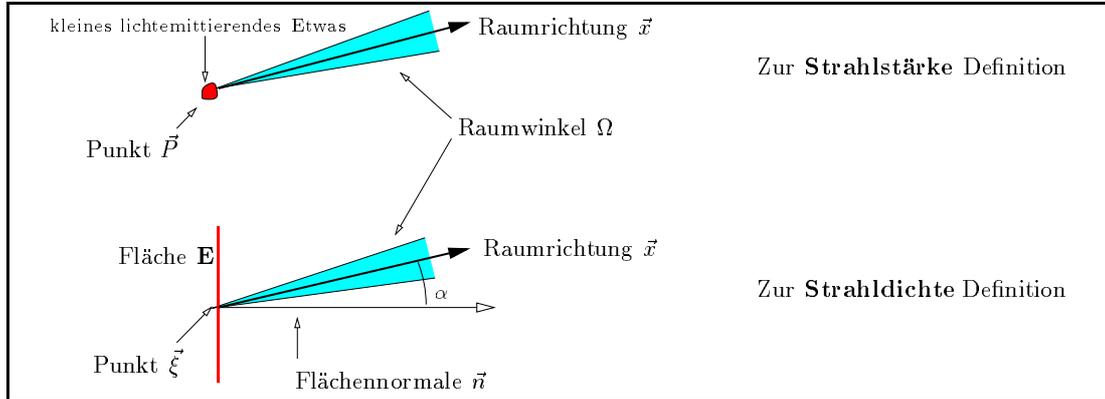


Abbildung 2.11: Zur Definition der radiometrischen Grundgrößen

In Abbildung 2.11 sind die Parameter zur weiteren Definition der Grundgrößen skizziert. Für die Definition der *Strahlstärke* folgt: Gegeben sind ein Punkt \vec{P} , eine Raumrichtung \vec{x} ¹¹ und ein Raumwinkel Ω um diese Raumrichtung herum (nach Def. (2.33)). Um \vec{P} befindet sich eine Licht emittierende Fläche, ein Licht emittierendes Volumen oder eine ideale Punktlichtquelle. Gemessen wird der in Ω emittierte Strahlungsfluß Φ (z.B. durch einen Detektor, der, von \vec{P} aus gesehen, den Raumwinkel Ω einnimmt). Für eine feste Raumrichtung \vec{x} und einen festen Punkt \vec{P} ist Φ eine monoton steigende Funktion des Raumwinkels Ω , mit $\Phi(\Omega = 0) = 0$, deren Ableitung am Punkt $\Omega = 0$ die *Strahlstärke* in Richtung \vec{x} am Punkt \vec{P} definiert:

Strahlstärke	$\mathcal{I}(\vec{x}, \vec{P}) := \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{\Phi(\vec{P}, \vec{x}, \Omega)}{\Omega} = \left. \frac{d}{d\Omega} \Phi(\vec{P}, \vec{x}, \Omega) \right _{\Omega=0} \quad (2.35)$
---------------------	--

Die infinitesimale Leistung $d\Phi$, die eine Lichtquelle in einen Raumwinkel $d\Omega$ in Richtung \vec{x} abstrahlt ergibt sich somit aus: $d\Phi = \mathcal{I} d\Omega$. Die radiometrische Einheit der Strahlstärke ist [$Watt\ sr^{-1}$], die photometrische Einheit ist [$Lumen\ sr^{-1}$], die auch [*Candela*] oder [*Cd*] heißt. Sie ist als SI Basiseinheit [Bis80] definiert:

*Die Candela [Cd] ist die Lichtstärke einer Strahlungsquelle, welche monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz in eine bestimmte Richtung aussendet, in der die Strahlstärke $1/683\ W\ sr^{-1}$ beträgt*¹².

Die Strahlstärke kennzeichnet nicht die Oberfläche des abstrahlenden Materials, da die Größe der Oberfläche oder die Ausdehnung der Quelle in ihre Definition nicht eingehen.

Deshalb wird die *Strahldichte* definiert mit: (siehe Abb. 2.11): Gegeben sind ein Punkt $\vec{\xi}$ auf einer Fläche \mathbf{E} mit Normalen \vec{n} , eine Raumrichtung \vec{x} und ein Raumwinkel Ω um diese Raumrichtung herum (nach Def. (2.33)). Gemessen wird der in Ω emittierte Strahlungsfluß Φ (z.B. durch

¹¹Im weiteren werden Raumrichtungen mit \vec{x} bezeichnet, wobei implizit $|\vec{x}| = 1$ vorausgesetzt wird, d.h. \vec{x} ist durch zwei Parameter, z.B. die Polarkoordinaten (θ, ϕ) , bestimmt.

¹²Verschiedene Darstellungen dieser Basiseinheit, meist unter Verwendung eines schwarzen Strahlers bekannter Temperatur, schwanken um ca. 0.4%, nicht vergleichbar mit der Präzision anderer Basiseinheiten. Die Wahl der Leuchtstärke als Basiseinheit hat meßtechnische Vorteile gegenüber dem Lichtstrom oder der Leuchtdichte. In Luft entsprechen 540 THz einer Wellenlänge von 555nm und nach Abb. 2.10 dem Maximum von $V(\lambda)$.

einen Detektor, der den Raumwinkel Ω einnimmt). Für eine feste Raumrichtung \vec{x} und einen festen Punkt $\vec{\xi}$ ist Φ eine monoton steigende Funktion des Raumwinkels Ω und der Fläche \mathbf{E} mit $\Phi(\Omega=0 \vee \mathbf{E}=0) = 0$. Die zweifache Ableitung am Punkt $\Omega=0, \mathbf{E}=0$ definiert die *Strahldichte* der Oberfläche in Richtung \vec{x} am Punkt $\vec{\xi}$:¹³

$$\text{Strahldichte } \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) := \lim_{\Omega \rightarrow 0} \lim_{\mathbf{E} \rightarrow 0} \frac{\Phi(\vec{x}, \vec{\xi}, \Omega, \mathbf{E})}{\Omega \mathbf{E} \cos(\alpha)} = \frac{1}{\cos(\alpha)} \left. \frac{d}{d\Omega} \right|_{\Omega=0} \left. \frac{d}{d\mathbf{E}} \right|_{\mathbf{E}=0} \Phi(\vec{x}, \vec{\xi}, \Omega, \mathbf{E}) \quad (2.36)$$

Im weiteren wird im Zusammenhang mit Strahldichten statt $d^2\Phi$ einfach nur $d\Phi$ geschrieben werden: Die in einen Raumwinkel $d\Omega$ abgestrahlte Leistung $d\Phi$ ist damit $d\Phi = \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) d\Omega d\mathbf{E} \cos(\alpha)$. Die photometrische Einheit ist $[Nits] = [cd m^{-2}]$.

Das Integral über \vec{x} in (2.36) führt auf die Definition der *Spezifischen Ausstrahlung*, die von einem Flächenelement $d\mathbf{E}$ an der Stelle $\vec{\xi}$ in den Halbraum ($\Omega=2\pi$) abgestrahlte Leistung $d\Phi_{out}$:

$$\text{Spezifische Ausstrahlung } \mathcal{M}(\vec{\xi}) := \frac{d\Phi_{out}}{d\mathbf{E}} = \int_{\vec{x}}^{\text{Halbraum}} \mathcal{L}_{out}(\vec{x}, \vec{\xi}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega \quad (2.37)$$

Die den Strahlungsempfänger beschreibenden Größen sind zu den bisher definierten völlig analog. Häufig gebraucht ist die zur Spezifischen Ausstrahlung symmetrische Größe, die *Bestrahlungsstärke*. Sie ist das Integral über die aus dem Halbraum auf eine Detektorfläche $d\mathbf{A}$ an der Stelle $\vec{\xi}$ *einfallende* Leistung $d\Phi_{in}$.

$$\text{Bestrahlungsstärke } \mathcal{E}(\vec{\xi}) := \frac{d\Phi_{in}}{d\mathbf{A}} = \int_{\vec{x}}^{\text{Halbraum}} \mathcal{L}_{in}(\vec{x}, \vec{\xi}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega \quad (2.38)$$

In diesem Integral steckt implizit das Superpositionsprinzip für inkohärente Strahlung, nach dem sich einfallende Strahldichten zur Gesamt-Bestrahlungsstärke addieren. Das photometrische Analogon *Beleuchtungsstärke* wird in $[Lux] = [Lumen m^{-2}]$ angegeben.

2.3.2 Beispiele für Strahldichten

2.3.2.1 Lambert'sche Strahler

Der \cos -Term in Gleichung (2.36) wird mit in die Definition aufgenommen, da sich viele diffus abstrahlende Flächen mit isotroper Abstrahlung $\mathcal{L} = \text{const}$ annähern lassen. Ein solcher idealer Strahler heißt *Lambert'scher Strahler*:

$$\mathcal{L}_{LambertStrahler} := \text{const} \quad (2.39)$$

Für einen solchen Strahler folgt durch Integration (2.37):

$$\mathcal{M}_{LambertStrahler} := \pi \mathcal{L}_{LambertStrahler} \quad (2.40)$$

Analog folgt für eine isotrope Einstrahlung mit $\mathcal{L}_{in} = \text{const}$: $\mathcal{E} = \pi \mathcal{L}_{in}$

2.3.2.2 Paralleles Licht

“Paralleles Licht” ist als Idee eines Lichtstrahls festen Querschnitts eine idealisierte Vorstellung, die in der Elektrodynamik auf Grund von Beugungserscheinungen nicht haltbar ist (siehe die Definitio-

¹³Der \cos -Faktor ist per-Definition enthalten und hat zu diesem Zeitpunkt keinen tieferen Grund. Die oft gehörte Begründung “L beziehe sich auf die *projizierte* Fläche $\mathbf{E} \cos \alpha$ ” ist zwar richtig, aber der gesamte Formalismus läßt sich genauso auf einer Definition *ohne* diesen \cos -Term aufbauen.

nen des Gauss'schen Beams in 2.1.1). Im Kontext der vorangehenden photometrischen Definitionen ergeben sich für "parallel" auf eine Fläche \mathbf{A} einfallendes Licht folgende intuitive Anforderungen: (a) für jedes Flächenelement auf \mathbf{A} "kommt Licht aus nur einer Richtung", (b) für alle Flächenelemente aus derselben Richtung, und (c) die Bestrahlungsstärke auf einem Flächenelement hat einen endlichen Wert und ist proportional zum Kosinus der Einfallrichtung α_0 . In Strahldichten und Bestrahlungsstärken ausgedrückt heißt das:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) &\stackrel{!}{=} 0 \quad \forall \vec{x} \neq \vec{x}_0, \vec{\xi} \in \mathbf{A} \\ \text{(b)} \quad \vec{x}_0 &\stackrel{!}{=} \text{const} \\ \text{(c)} \quad \mathcal{E}_{\text{parallel}}(\vec{\xi}) &\stackrel{!}{=} \mathcal{E}_0(\vec{\xi}) \cos(\alpha_0) = \int_{\vec{x}}^{2\pi} \mathcal{L}_{\text{parallel}}(\vec{x}, \vec{\xi}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega \end{aligned}$$

Diese Bedingungen an die Strahldichte \mathcal{L} werden durch eine δ -Funktion erfüllt, so daß Beleuchtung durch paralleles Licht definiert werden kann mit:

$$\mathcal{L}_{\text{parallel}}(\vec{x}, \vec{\xi}) := \iota(\vec{\xi}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad (2.41)$$

Für homogene Beleuchtung gilt zusätzlich: $\iota(\vec{\xi}) \stackrel{!}{=} \text{const}$. Paralleles Licht ist die einzige Strahldichtefunktion, die nur Licht aus *einer* Raumrichtung enthält. Alle anderen Strahldichtefunktionen, die endliche Funktionswerte haben und nicht-infinitesimale Energie transportieren, beinhalten Licht aus einem unter Umständen kleinen, aber immer endlichen Raumwinkelbereich. Die δ -Funktion ist auch aus der Strahldichtedefinition (2.36) ersichtlich: Für $\Omega \neq 0$ ist Φ konstant und für $\Omega = 0$ ist Φ Null. Die Ableitung der Funktion Φ ist daher für $\Omega = 0$ unendlich.

2.3.2.3 Sonne

Bei einem Durchmesser von 1392000 km und einem Abstand von lapidaren 149600000 km folgt mit Gl. (2.29) für den Raumwinkel der Sonne von der Erde aus gesehen: $\Omega_{\text{Sonne}} = 6.8 \times 10^{-5} sr$ bei einem Öffnungswinkel von 0.54° . Von 3.86×10^{26} Watt ausgestrahlter Leistung fällt auf die Erde der Bruchteil 4×10^{-10} , um eine Bestrahlungsstärke von 970 Watt m^{-2} in Meereshöhe zu erzeugen. Das ergibt eine Strahldichte innerhalb von Ω_{Sonne} von: $\mathcal{L}_{\text{Sonne}} = 2 \times 10^7 W sr^{-1} m^{-2}$ (siehe auch [Nic82]).¹⁴

Diese Werte berücksichtigen nicht die Vergrößerung von Ω_{Sonne} durch Streuung in der Atmosphäre (Zirkumsolarstrahlung). Diese ist beim Bau von Spiegeln zur Beleuchtung von Innenräumen mit direktem Sonnenlicht (Heliostaten) aus Gründen der Blendungsproblematik zu berücksichtigen. Nähere Modelle dazu finden sich in [Del95]. Die beobachtbare Randverdunklung der Sonnenscheibe zeigt ferner, daß die Sonne durch den Schichtaufbau der äußeren Regionen eigentlich kein Lambertstrahler ist.

2.3.2.4 Laser

Die Strahl-Divergenz eines HeNe Lasers wird vom Hersteller mit "kleiner 1 mrad" angegeben, entsprechend $7.8 \times 10^{-7} sr$. In diesen Raumwinkel werden von der Austrittsöffnung (Durchmesser $1 \times 10^{-3} m$) aus $5 mW$ abgestrahlt, entsprechend einer Strahldichte von $6.4 \times 10^6 Watt sr^{-1} m^{-2}$. Ähnliche Werte ergeben sich für Halbleiter-Laser mit größerer Strahl-Divergenz aber kleinerer Austrittsfläche. Die Parameter des Laserstrahls unterliegen den Eigenschaften der Gaussian-Beams, wonach die Strahldivergenz mit der abstrahlenden Fläche gekoppelt ist. Für einen Strahl minimaler Divergenz, der benötigt wird um z.B. einen Reflektor auf dem Mond anzupeilen, muß daher die abstrahlende Fläche durch strahlaufweitende Linsensysteme vergrößert werden, damit möglichst viel Leistung den Reflektor erreicht.

¹⁴ Aktueller Hinweis: Nächste Sonnenfinsternis (total: Iran, Indien und Pazifik) am 24. Oktober 1995

2.3.3 Winkelabhängige Detektoren

Das Meßsignal eines radiometrischen Detektors, z.B. einer Solarzelle, ist proportional zum Integral der einfallenden Strahldichte, gewichtet mit der winkelabhängigen Empfindlichkeit $\Upsilon(\vec{x}, \vec{\xi})$ des Detektors, wobei $\vec{\xi}$ die Koordinate auf der Detektorfläche und \vec{x} die Einfallrichtung ist. Υ wird dimensionslos als Verhältnis des Detektorsignals $d\Phi_{Det}$ zur aus einer Richtung einfallenden Bestrahlungstärke definiert:

$$\Upsilon(\vec{x}, \vec{\xi}) := \frac{d\Phi_{Det}(\vec{x}, \vec{\xi})}{\mathcal{L}_{in}(\vec{x}, \vec{\xi}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega d\mathbf{A}} \quad (2.42)$$

Damit ist das gesamte Detektorsignal gegeben mit:

$$\frac{\Phi_{Det}(\vec{\xi})}{d\mathbf{A}} = \int_{\vec{x}}^{Halbraum} \Upsilon(\vec{x}, \vec{\xi}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}, \vec{\xi}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega \quad (2.43)$$

Einige Beispiele der Detektorempfindlichkeit sind in Tabelle 2.1 zusammen gestellt.

isotrop	$\Upsilon(\vec{x}, \vec{\xi}) = \Upsilon(\vec{\xi})$	
homogen	$\Upsilon(\vec{x}, \vec{\xi}) = \Upsilon(\vec{x})$	
homogen und isotrop	$\Upsilon = \text{const}$	(2.44)
homogen und kleiner Winkelbereich	$\Upsilon(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & : \vec{x} \in \Omega_{Sicht} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (2.45)$ <p>Durch die Annahme, Υ sei konstant in dem kleinen Raumwinkel, folgt aus (2.43), daß das Detektorsignal einen Mittelwert der Strahldichte in Ω_{Sicht} ergibt.</p>	

Tabelle 2.1: Verschiedene Detektorarten

2.3.4 Strahldichte Mittelwert

Für eine endliche Fläche $\Delta\mathbf{A}$ ergibt sich die in einen Raumwinkel $\Delta\Omega$ um eine Richtung \vec{x} herum abgestrahlte Leistung $\Delta\Phi$ zu:

$$\Delta\Phi = \iint_{\vec{\xi}} \int_{\vec{x}}^{\Delta\mathbf{A} \Delta\Omega} \cos(\alpha(\vec{x})) \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) d\Omega d\mathbf{A} \quad (2.46)$$

Dabei wird für die Definition von $\bar{\mathcal{L}}$ die Ausfallrichtung \vec{x} als konstant angenommen, d.h. sie hängt nicht von der Ortskoordinate $\vec{\xi}$ auf der Fläche ab. Die mittlere Strahldichte ist definiert als:

$$\bar{\mathcal{L}}(\vec{x}) := \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega \cos(\alpha) \Delta\mathbf{A}} = \frac{1}{\Delta\Omega \cos(\alpha) \Delta\mathbf{A}} \iint_{\vec{\xi}} \int_{\vec{x}}^{\Delta\mathbf{A} \Delta\Omega} \cos(\alpha(\vec{x})) \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) d\Omega d\mathbf{A} \quad (2.47)$$

Die Bestrahlungsstärke (Def. 2.38) ist auch berechenbar, wenn nur $\bar{\mathcal{L}}$ bekannt ist:

$$\mathcal{E} \approx \int_{\vec{x}}^{Halbraum} \bar{\mathcal{L}}(\vec{x}) \cos(\alpha) d\Omega \quad (2.48)$$

Dies ist für Messungen wichtig, da die Meßwerte der Strahldichte stets über Raumwinkel und abstrahlende Flächen gemittelte Größen sind.

2.4 Transmission, Reflexion und BRTF

2.4.1 Definition der BRTF

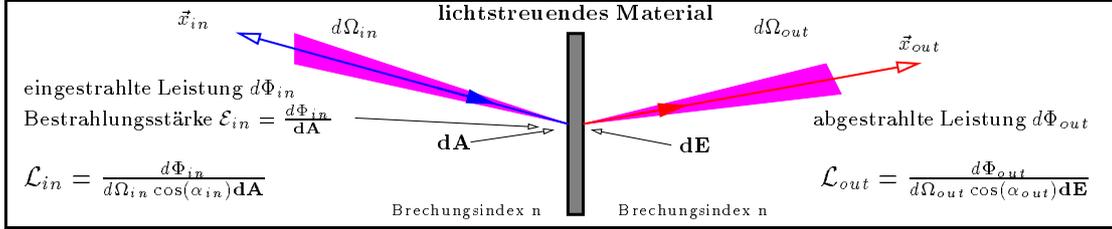


Abbildung 2.12: Zur Definition der bidirektionalen Transmission Reflexions Funktion (BRTF)

Bisher wurden nur zwei Arten von Flächen betrachtet: Emittor und Absorber. Dieser Abschnitt definiert Größen für Materialien, die Licht reflektieren, streuen, beugen, umlenken oder reemittieren¹⁵. Dabei werden die Vorgänge *im* Material selbst nicht näher betrachtet. Im Rahmen dieser Beschreibung sind nur die Licht-Eintritts- und Licht-Austrittsflächen, sowie die Strahlverteilung auf diesen Flächen relevant. In Abbildung 2.12 heißen die Licht-Eintritts- und -Austrittsflächen $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{E}$. Der Formalismus unterscheidet Reflexion und Transmission nur dadurch, ob \vec{x}_{in} und \vec{x}_{out} auf derselben Seite der Probe liegen oder nicht.

Die Definition einer material-charakterisierenden Größe des Streuverhaltens ist etwas verwickelter, oder genauer: *gefalteter*, als es auf den ersten Blick erscheinen mag. Offensichtlicher Bestandteil dieser Definition sind die Werte der ausgehenden Strahlverteilung $\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out})$ für jeden Ausfallswinkel \vec{x}_{out} . Diese hängt, ebenfalls offensichtlich, auch von der einfallenden Strahlverteilung \mathcal{L}_{in} ab. Die naheliegende Definition einer Materialkonstante k mit $k(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) := \mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) / \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in})$ ergibt jedoch *keinen* Sinn, da $\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out})$ nicht nur von *einer* Einfallrichtung abhängt, sondern von der gesamten einfallenden Strahlverteilung \mathcal{L}_{in} . Formal kann der Materialeinfluss als Funktion aufgefaßt werden, die jeder Funktion \mathcal{L}_{in} und jeder Ausfallrichtung \vec{x}_{out} einen Wert x zuweist: $F \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.¹⁶ Die kennzeichnende Größe heißt *bidirektionale Reflexions Transmissions Funktion* (BRTF)¹⁷ und ist für infinitesimale $d\mathbf{A} = d\mathbf{E}$ implizit definiert durch:

bidirektionale Transmissions-Reflexions- Funktion	$\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) = \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=4\pi} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}$	(2.49)
---	---	--------

Das Integral erstreckt sich dabei über 4π , d.h. über die Halbräume auf *beiden* Seiten der Fläche. Die *BRTF*-Funktion enthält somit in dieser allgemeinen Schreibweise die Reflexions- und Transmissionscharakteristik der Fläche.¹⁸ Der Wertebereich der *BRTF* liegt allgemein in $[0, \infty]$, d.h. *nicht* zwischen Null und Eins, wie aus den Beispielen im nächsten Abschnitt ersichtlich ist. Die

¹⁵ Fluoreszenz und Phosphoreszenz setzen eine zusätzliche wellenlängenabhängige Beschreibung voraus.

¹⁶ Die *BRTF*-Funktion kann auch als Übertragungsfunktion von \mathcal{L}_{in} zu \mathcal{L}_{out} , vergleichbar der MTF (modulation transfer function) optischer Systeme, aufgefaßt werden. Die Anknüpfung an MTF Messungen ist sicher wert näher untersucht zu werden. Dies könnte eine neue Meßmethode nahelegen: Die Probe wird durch räumlich sinus-förmig variierende \mathcal{L}_{in} beleuchtet.

¹⁷ Andere Bezeichnungen sind BSDF (bidirectional scatter distribution function), BTDF (bidirectional transmissive distribution function) [Sto90, Kap. 1.5] oder BRD (bidirectional reflective transmission distribution [War94b]). Diese Definition geht auf grundlegende Arbeiten von [NRH77] zurück, die in die ANSI-Norm ANSI/ASTM E167-77 ([ANS77]) eingegangen sind.

¹⁸ Wird 2.49 infinitesimal geschrieben $d\mathcal{L}_{out} = BRTF \cos(\alpha_{in}) \mathcal{L}_{in} d\Omega_{in}$, ergibt sich nicht nur formale Ähnlichkeit mit der *differential scattering cross section* σ , die definiert ist als (u.A. [CDL77, Seite 906]): $dn = \sigma(\theta, \phi) F_i d\Omega$. Dabei ist F_i der einfallende Teilchenfluß und dn die Anzahl Teilchen pro Zeiteinheit und Raumwinkel.

Bezeichnung “bidirektional” ergibt sich aus der Anwendung des Helmholtz-Prinzips auf die *BRTF*: ([BW87, Seite 381])¹⁹

$$BRTF(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in})$$

Wird in (2.49) die Definition (2.41) für paralleles Licht eingesetzt, folgt die mathematisch richtige, physikalisch aber wegen der Verwendung des unrealisierbaren Idealfalls des parallelen Lichts nicht verwertbare *explizite* Formel für die *BRTF*: Zuerst folgt mit Def. 2.41:

$$\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) = BRTF(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) \mathcal{E}_{parallel}(\vec{x}_{in})$$

und daraus:

$$BRTF(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out})}{\mathcal{E}_{parallel}(\vec{x}_{in})} \quad (2.50)$$

Die Einfallrichtung wird dabei durch die Richtung des parallelen Lichts gegeben.

2.4.1.1 *BRTF*-Mittelwert

Ein *BRTF*-Mittelwert wird definiert durch Mittelung über die Raumwinkel:

$$\overline{BRTF}(\Delta\Omega_{in}, \Delta\Omega_{out}) := \frac{1}{\Delta\Omega_{in} \Delta\Omega_{out}} \int_{\vec{x}_{out}}^{\Delta\Omega_{out}} \int_{\vec{x}_{in}}^{\Delta\Omega_{in}} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) d\Omega_{in} d\Omega_{out} \quad (2.51)$$

Dieser Mittelwert ist sozusagen die “entschärfte” Version der *BRTF*, da \overline{BRTF} für endliche $\Delta\Omega_{in}$, $\Delta\Omega_{out}$ nur endliche Werte annehmen kann. Angenommen, die einfallende Leistung kommt nur aus einem Raumwinkel $\Delta\Omega_{in}$, dann ist die in einen Raumwinkel $\Delta\Omega_{out}$ gestrahlte mittlere Leistung $\overline{\mathcal{L}}_{out}$ durch Mittelung von (2.49) über den Ausfallswinkel:

$$\overline{\mathcal{L}}_{out} = \frac{1}{\Delta\Omega_{out}} \int_{\vec{x}_{out}}^{\Delta\Omega_{out}} \int_{\vec{x}_{in}}^{\Delta\Omega_{in}} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in} d\Omega_{out}$$

Sind \mathcal{L}_{in} für $\Delta\Omega_{in}$ konstant und $\Delta\Omega_{in}$ klein genug, um den \cos -Term als konstant anzunehmen (vergl. (2.47)), so folgt:

$$\overline{\mathcal{L}}_{out} = \mathcal{L}_{in} \cos(\alpha_{in}) \Delta\Omega_{in} \overline{BRTF}(\Delta\Omega_{in}, \Delta\Omega_{out}) \quad (2.52)$$

Bei einer Messung wird durch die endlichen Raumwinkel stets \overline{BRTF} gemessen. Nicodemus [NRH77] sieht darin ein allgemeines Prinzip der Messung von physikalischen Größen, die mathematisch als Ableitungen definiert sind. Die Messung der Geschwindigkeit erfolgt genauso durch Mittelung über ein kleines Zeitintervall, d.h. die Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt t ist ebenfalls nur als Mittelwert $\Delta s/\Delta t$ bekannt. Ebenso ist die *BRTF* Funktion nur als Mittelwert über $\Delta\Omega$ meßbar. Eine glatte *BRTF*-Funktion zu messen bereitet so wenig Schwierigkeiten wie die Messung einer sich nur langsam ändernden Geschwindigkeit. Es sind die “peaks” in der *BRTF*-Verteilung, die schwierig meßbar sind, da sie durch die Mittelung (2.51) “verschmiert” werden.

Im folgenden soll die *Transmission* alleine näher betrachtet werden, dazu beschränkt sich das Integral der ausgehenden Raumwinkel meist auf 2π .

2.4.2 Definition der Transmission

Es gibt nicht *einen* Transmissionswert für die Charakterisierung der Materialien, sondern je nach Winkelverteilung der einfallenden Strahldichte und Winkelbereich in dem die ausfallende Strahlung gemessen wird (d.h. je nach winkelabhängiger Empfindlichkeit Υ des Detektors, \hookrightarrow Kap. 2.3.3),

¹⁹ In Polarkoordinaten: $BRTF(\theta_{in}, \phi_{in}, \theta_{out}, \phi_{out}) = BRTF(\theta_{out}, \phi_{out}, \theta_{in}, \phi_{in})$.

mehrere Varianten, die sich aus der *BRTF* ergeben. Allgemein ist die *Transmission* τ durch eine Probe das Verhältnis von transmittierter Leistung pro Fläche durch einfallende Leistung pro Fläche (siehe u.A. [BS93, Kap. V,2]). In radiometrischer Terminologie mit den transmittierten und einfallenden Strahldichten ergibt sich dieses Verhältnis abhängig von den betrachteten Raumwinkeln zu:

$$\tau(\Omega_{in}, \Omega_{out}) := \frac{\int_{\vec{x}_{out}}^{\Omega_{out}} \mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out}}{\int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}} \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}} \quad (2.53)$$

Dabei impliziert das Integral im Nenner, daß \mathcal{L}_{in} außerhalb von Ω_{in} Null ist, d.h. alles einfallende Licht kommt aus Ω_{in} . Wird (2.49) in (2.53) eingesetzt, folgt:

$$\tau(\Omega_{in}, \Omega_{out}) = \frac{\int_{\vec{x}_{out}}^{\Omega_{out}} \left\{ \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in} \right\} \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out}}{\int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}} \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}} \quad (2.54)$$

Aus dieser allgemeinen Definition folgen neun Kombinationsmöglichkeiten von Ω_{in} und Ω_{out} , wenn für jeden der beiden Raumwinkel drei Fälle betrachtet werden: (a) infinitesimaler Raumwinkel, (b) endlicher und kleiner Raumwinkel und (c) der Halbraum (Tabelle 2.2). Für Fall (a) wird dabei parallele Beleuchtung und für die Fälle (b) und (c) isotrope Beleuchtung ($L_{in} = \text{const}$) angenommen. Im Detail ergeben sich folgende gebräuchliche Größen:²⁰

	Ω_{out}		
Ω_{in}	$d\Omega_{out}$	$\Delta\Omega_{out}$	2π
$d\Omega_{in}$ $\mathcal{L}_{in} = \mathcal{L}_{parallel}$	direkt-direkt τ_{dd}	-	direkt-hemisphärisch τ_{dh}
$\Delta\Omega_{in}$ $\mathcal{L}_{in} = \mathcal{L}_{isotrop}$	-	biconical τ_{DD}	-
2π $\mathcal{L}_{in} = \mathcal{L}_{isotrop}$	-	-	hemisphärisch-hemisph. τ_{hh}

Tabelle 2.2: Verwendete Transmissionen und deren Namen

2.4.2.1 hemisphärisch-hemisphärisch Transmission

Zuerst für isotrop einfallende Verteilung $\mathcal{L}_{in} = \text{const}$ für die aus (2.54) folgt:

$$\tau(\Delta\Omega_{in}, \Delta\Omega_{out}) = \frac{1}{\underbrace{\int_{\vec{x}_{in}}^{\Delta\Omega_{in}} \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}}_{\text{projizierter Raumwinkel}}} \int_{\vec{x}_{out}}^{\Delta\Omega_{out}} \int_{\vec{x}_{in}}^{\Delta\Omega_{in}} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{in} d\Omega_{out} \quad (2.55)$$

Daraus wird mit $\Delta\Omega_{out} = \Delta\Omega_{in} = 2\pi$ die *hemisphärisch-hemisphärische Transmission* definiert:

²⁰Für die Reflexion ergeben sich $\rho_{dd}, \rho_{dh}, \rho_{hh}$ entsprechend. Die in [NRH77, Seite 14] aufgeführten Sonderfälle (u.A. Transmission von einem Raumwinkelement in ein ringförmiges Raumelement) werden im weiteren nicht benötigt. Bei senkrechtem Einfallswinkel wird die Bezeichnung "direkt" durch "normal" ersetzt, z.B. "normal-hemisphärische-Transmission".

$$\tau_{hh} \quad \tau_{hh} := \tau(2\pi, 2\pi) = \frac{1}{\pi} \int_{\vec{x}_{out}}^{2\pi} \int_{\vec{x}_{in}}^{2\pi} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{in} d\Omega_{out} \quad (2.56)$$

2.4.2.2 biconical Transmission

Aus (2.55) folgt außerdem für kleine $\Delta\Omega$, für die die \cos -Terme konstant angenommen werden und die $BRTF$ durch \overline{BRTF} aus (2.51) angenähert wird, die *biconical Transmission*:

$$\tau_{DD} \quad \tau_{DD}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) := \tau(\Delta\Omega_{in}, \Delta\Omega_{out}) = \overline{BRTF}(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{out}) \Delta\Omega_{out} \quad (2.57)$$

2.4.2.3 direkt-hemisphärische Transmission

Bei Beleuchtung mit parallelem Licht, dessen Strahldichte nach (2.41) als $\mathcal{L}_{in} = \iota \delta(\vec{x} - \vec{x}_0)$ gegeben ist, folgt als Zwischenschritt aus (2.54):

$$\tau(d\Omega_{in}, \Delta\Omega_{out}) = \frac{\int_{\vec{x}_{out}}^{\Delta\Omega_{out}} \iota \cos(\alpha_{in}) BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out}}{\iota \cos(\alpha_{in})} \quad (2.58)$$

Daraus folgt für $\Omega_{out} = 2\pi$ die *direkt-hemisphärische Transmission* als:

$$\tau_{dh} \quad \tau_{dh}(\vec{x}_{in}) := \tau(d\Omega_{in}, 2\pi) = \int_{\vec{x}_{out}}^{2\pi} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out} \quad (2.59)$$

Und für $\Omega_{out} = d\Omega_{out}$ ergäbe sich die *direkt-direkt Transmission* aus (2.58) als:

$$\tau_{dd}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) := \tau(d\Omega_{in}, d\Omega_{out}) = BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_0) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out}$$

Diese Größe hat weder formal, noch physikalisch Sinn: Formal weil τ_{dd} infinitesimal wäre und physikalisch, weil die in einen infinitesimalen Raumwinkel transportierte Leistung ebenfalls infinitesimal ist. Die $BRTF$ Definition vermeidet dieses Problem, in dem mit Verwendung der Strahldichte der Quotient aus Leistung und Raumwinkel verwendet wird. Die Definition der Größe τ_{dd} bei Materialien mit δ -förmiger $BRTF$ ist in den $BRTF$ -Beispielen gezeigt.

2.4.3 Bedingungen an die $BRTF$

Die Energieerhaltung fordert $\tau_{dh} \leq 1$, und damit ergibt sich folgende Bedingung an eine beliebige $BRTF$

$$\text{Energieerhaltung} \quad 1 \geq \int_{\vec{x}_{out}}^{2\pi} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{out}) d\Omega_{out} \quad \forall \vec{x}_{in} \quad (2.60)$$

Wenn die $BRTF$ -Funktion Reflexion *und* Transmission umfaßt, erstreckt sich das Integral entsprechend über beide Halbräume und damit über 4π .

Der bisherige Formalismus erlaubt einen Verstoß gegen das Abbe'sche Gesetz, wonach eine Steigerung der Strahldichte im gleichen Medium nicht möglich ist. Im konkreten Fall, besonders bei der Modellbildung für $BRTF$ -Funktionen, muß daher als zusätzliche Bedingung gewährleistet sein, daß \mathcal{L}_{out} für keine Ausfallsrichtung größer als das Maximum von \mathcal{L}_{in} ist.

2.4.4 Beispiele für BRTFs

2.4.4.1 Ebener Spiegel

Ein Extremfall der *BRTF*-Funktion ist der ebene, nicht streuende Spiegel, für den die *BRTF* eine δ -Distribution ist:

$$BRTF_{Spiegel} := R_{Spiegel}(\alpha_{in}) \frac{\delta(\vec{z}(\vec{x}_{in}) - \vec{x}_{out})}{\cos(\alpha_{out})}, \quad \vec{z}(\vec{x}_{in}) = 2\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{x}_{in}) - \vec{x}_{in} \quad (2.61)$$

R ist dabei der Reflexionsgrad, \vec{n} die Flächennormale und \vec{z} folgt aus dem Reflexionsgesetz "Einfallswinkel=Ausfallswinkel". Durch Einsetzen von (2.61) in (2.49) ergibt sich:

$$\mathcal{L}_{out} = R_{Spiegel}(\alpha_{in}) \mathcal{L}_{in} \quad (2.62)$$

d.h. die ausfallende Strahldichte hängt nur von der einfallenden Strahldichte *einer* Richtung ab.

2.4.4.2 Dielektrika-Grenzschicht

Analog folgt für die ebene Grenzschicht zwischen zwei Dielektrika, die in der Elektrodynamik mit den Fresnelformeln (2.11) beschrieben wird:

$$BRTF_{Brechung} := T_{Brechung}(\alpha_{in}) \frac{\delta(\vec{z}(\vec{x}_{in}) - \vec{x}_{out})}{\cos(\alpha_{out})} \quad (2.63)$$

Wobei sich \vec{z} aus dem Brechungsgesetz ergibt und T die winkelabhängige Transmission ist.

2.4.4.3 Dünne Schicht

Öfters wird τ_{DD} für die Transmissionsmessung an Grenzflächen und dünnen Gläsern verwendet, deren winkelabhängige Transmission durch Aufbringen einer Oberflächen-Beschichtung (z.B. durch Sputtern) modifiziert ist. Die Streuung in diesen Schichten ist meist vernachlässigbar, so daß die *BRTF* als δ -Funktion nach (2.63) beschrieben werden kann, deren Transmission T in diesem Fall nicht mehr durch die Fresnelformeln gegeben ist.

$$BRTF_{dünneSchicht} := T(\alpha_{in}) \frac{\delta(\vec{x}_{in} - \vec{x}_{out})}{\cos(\alpha_{out})} \quad (2.64)$$

Für diese Materialien ergibt sich aus (2.55) und (2.63) τ_{DD} unter der Bedingung, daß $\Delta\Omega_{out}$ alle Einfallrichtungen, die in $\Delta\Omega_{in}$ liegen, erfaßt, zu:

$$\tau_{DD}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{\int_{\Delta\Omega_{in}} T(\alpha_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}}{\int_{\vec{x}_{in}} \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}} \approx T(\alpha_{in}) \quad (2.65)$$

Für kleine $d\Omega_{in}$ können die \cos -Terme konstant angenommen werden und fallen weg. Da dies nicht mehr von $\Delta\Omega_{out}$ abhängt, kann τ_{DD} in diesem Fall auch formal als τ_{dd} betrachtet werden. Außerdem gilt für diese Materialien:

$$\mathcal{L}_{out} = T(\alpha_{in}) \mathcal{L}_{in}$$

Und für diese *BRTF* folgt für die über die Ausfallwinkel gemittelte \overline{BRTF} aus Def. (2.51):

$$\overline{BRTF} = \frac{1}{\Delta\Omega_{out}} T(\alpha_{in}) \frac{1}{\cos(\alpha_{in})} \quad (2.66)$$

Wobei α_{in} und α_{out} in diesem Fall gleich sind.

2.4.4.4 Lambert-Streuer

Eine diffus streuende Oberfläche, die unabhängig von der Einfallrichtung Licht als Lambert-Strahler (Gl. 2.39) reflektiert oder re-emittiert, ist per Definition eine *Lambert'sche diffus streuende* Oberfläche mit (siehe auch (2.54)):

$$BRTF_{Lambert} := \text{const} = \frac{\rho_{hh}}{\pi} \quad (2.67)$$

2.4.5 Definitionen für ausgedehnte und dicke Proben

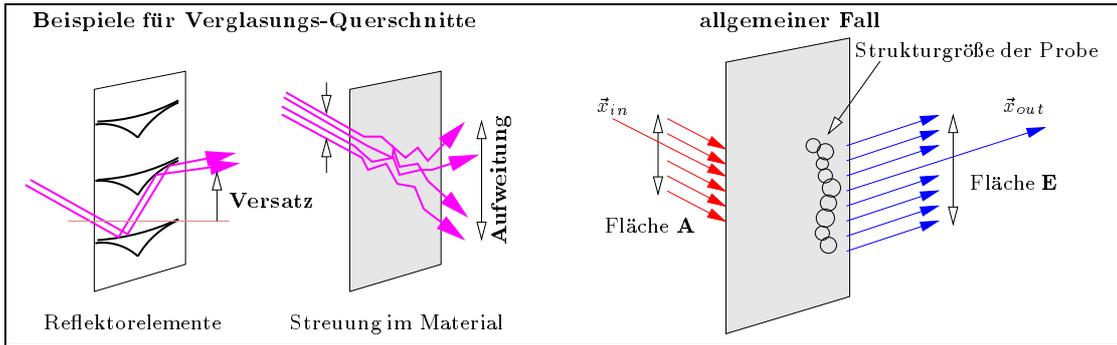


Abbildung 2.13: Zwei Beispiele für ausgedehnte und dicke Proben (links): Lichtlenkklammeln aus verspiegelmtem Stahlprofil und transluzente Materialien zeigen nicht lokales Streuverhalten.

Für nicht-infinitesimale Flächen \mathbf{A} und \mathbf{E} , die sowohl in der Meßapparatur, als auch in der Simulation auftreten, muß die Definition der BRTF Funktion mit infinitesimalen Flächen (Def. 2.50) erweitert werden. Dabei werden weiterhin ebene Flächen betrachtet und die Oberflächenrauigkeit als "mikroskopisch" angesehen, d.h. die dadurch hervorgerufene Streuung geht in die BRTF der als eben angesehenen Fläche ein. Eine ähnliche Diskussion des gleichen Effekts für Reflexionsmessungen ist in [NRH77, Sub-Surface Scattering, Kap IV C] beschrieben.

Durch Streuprozesse im Material (Abbildung 2.13) ist für "dicke" Materialien der Lichteintritts- und -Austrittsbereich weder gleich groß noch an "derselben Stelle". In größter Allgemeinheit müßten die Koordinaten η, ξ von $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{E}$ auf der Eintritts- und Austrittsfläche angegeben werden: $BRTF(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}, \eta_{in}, \xi_{in}, \eta_{out}, \xi_{out})$ Zur Beschreibung der Lichtstreuung an Tageslichtmaterialien, deren makroskopische Struktur typischerweise im Millimeter- (z.B. Aerogel) oder Zentimeterbereich liegt und die im Normaleinbaufall einige Meter von der Fläche entfernt sind, die sie beleuchten, ist eine Beschreibung *mit* den Oberflächenkoordinaten überspezifiziert. In diesen Fällen ist es passender, die Streueigenschaften der Probe über die makroskopische Struktur zu mitteln, indem Mittelwerte $\tilde{\mathcal{L}}$ eingeführt werden:

$$\text{makroskopische BRTF} \quad \underline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) := \frac{\tilde{\mathcal{L}}_{out}}{\tilde{E}_{in}} = \frac{\lim_{\mathbf{E} \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\mathbf{E}} \int_{\mathbf{E}} \mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) d\mathbf{E} \right\}}{\lim_{\mathbf{A} \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\mathbf{A}} \int_{\mathbf{A}} E_{in}(\vec{x}_{in}) d\mathbf{A} \right\}} \quad (2.68)$$

In der Praxis werden die beiden Grenzwerte in (2.68) abgebrochen, sobald \mathbf{A} und \mathbf{E} größer als die makroskopische Struktur der Probe sind, und der Quotient konvergiert. Wie bei Reflexionsmessungen ([NRH77]) gibt es zwei Konfigurationen der einfallenden und ausfallenden Strahlung, die in der Abbildung 2.14 skizziert sind. Im Fall A ist die Ausfallsfläche durch die Detektorgeometrie vor-

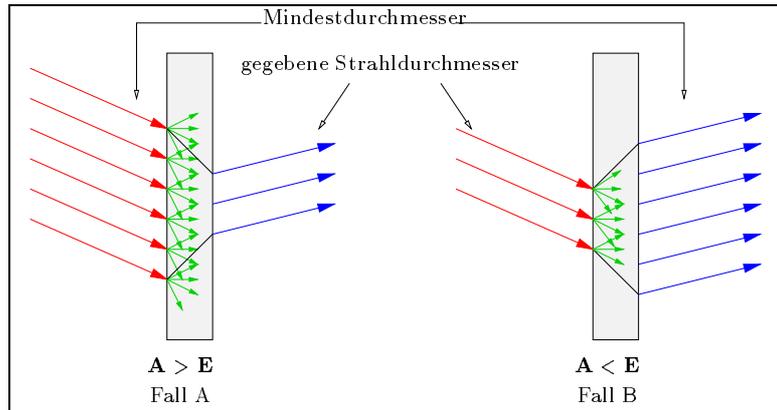


Abbildung 2.14: Zwei äquivalente Meßanordnungen für dicke Proben

gegeben, und die Einfallfläche wird so groß gewählt, daß E durch interne Streuung gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Die Verhältnisse im Fall B liegen genau umgekehrt: Die beleuchtete Fläche A liegt fest, und die Ausfallfläche E muß groß genug sein, um alle gestreute Strahlung "aufzusammeln". In beiden Fällen muß genügend Platz bis zum Rand der Probe vorhanden sein, um Randeffekte zu vermeiden.

2.5 Strahlungsübertragung

2.5.1 Infinitesimale Flächen

Gegeben sind zwei infinitesimale Flächen $d\mathbf{E}$ (emittierend) und $d\mathbf{A}$ (absorbierend), deren Abstand r und die Winkel α_e und α_a zwischen den Flächennormalen und der Verbindungslinie der Flächen. $d\Omega_e$ ist der Raumwinkel, den $d\mathbf{A}$ von $d\mathbf{E}$ aus gesehen einnimmt. Der Raum zwischen den Flächen sei frei von streuenden, abschattenden oder brechenden Medien (siehe Kap. 2.1), dieser Raum heißt *passiv* (non-participating media). Dann folgt aus Gleichung (2.36) für die in $d\Omega_e$ abgestrahlte Leistung $d\Phi$:

$$d\Phi = \mathcal{L}_e(\alpha_e) d\Omega_e d\mathbf{E} \cos(\alpha_e)$$

Für $d\Omega_e$ gilt: $d\Omega_e = d\mathbf{A} \cos(\alpha_a) r^{-2}$, und somit ergibt sich die folgende Grundlage des Strahlungsaustausches zwischen zwei Flächen:

$$d\Phi = \mathcal{L}_e(\alpha_e) d\mathbf{E} \cos(\alpha_e) d\mathbf{A} \cos(\alpha_a) r^{-2} \quad (2.69)$$

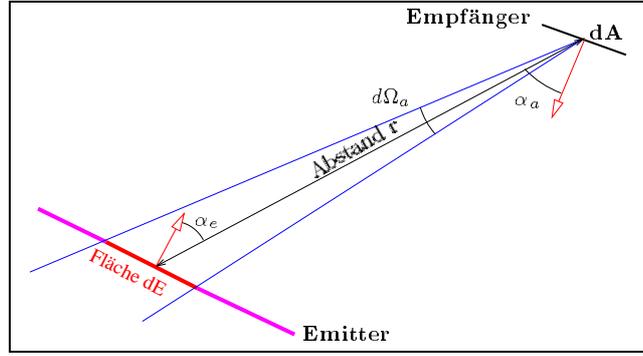


Abbildung 2.15: Strahlungsaustausch zwischen zwei infinitesimalen Flächen

Eine weitere Überlegung liefert einen Zusammenhang zwischen der Strahldichte \mathcal{L}_e des Senders und der Empfangs-Strahldichte \mathcal{L}_a des Empfängers: Gegeben ist eine Detektorfläche $d\mathbf{A}$, und gesucht ist die Strahlungsleistung $d\Phi_a$, die $d\mathbf{A}$ aus einem Raumwinkel $d\Omega_a$ empfängt, wenn der Emittier dieser Leistung ein Strahler mit Strahldichte \mathcal{L}_e ist (Abbildung 2.15): $d\Omega_a$ schneidet aus einem Lambertstrahler ein Flächenstück $d\mathbf{E}$ heraus, für das gilt:

$$d\mathbf{E} \cos(\alpha_e) = d\Omega_a r^2$$

Dabei ist α_e der Winkel zwischen der Flächennormale von $d\mathbf{E}$ und der Richtung zu $d\mathbf{A}$, und r ist der Abstand zwischen $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{E}$. Mit Gleichung (2.69) folgt:

$$d\Phi_a = \mathcal{L}_e(\alpha_e) d\Omega_a d\mathbf{A} \cos(\alpha_a)$$

Wird die Gleichung durch die rechts stehenden Terme geteilt, ergibt sich die Definition der Empfangs-Strahldichte (analog Gl. (2.36)) für die Fläche $d\mathbf{A}$ und daher:

$$\mathcal{L}_a(\alpha_a) = \mathcal{L}_e(\alpha_e) \quad (2.70)$$

Die von einem Empfänger in eine bestimmte Richtung gemessene Strahldichte ist somit gleich der vom Sender in Richtung des Empfängers abgestrahlten Strahldichte.

2.5.2 Nicht-infinitesimale Flächen

Allgemein gilt, daß eine "endliche" Version von (2.70) nur gilt, solange $\Delta\Omega_a$ "ganz ausgefüllt" wird von einer Fläche $\Delta\mathbf{E}$ des Emitters. Dies ist in der infinitesimalen Form (2.70) nicht enthalten und führt zu Widersprüchen, wenn (2.70) auf zwei kleine, endliche Flächen angewendet würde: Ein $\Delta\mathbf{E}$ mit $\mathcal{L} = \text{const}$ (Lambertstrahler) bewirkte demzufolge auf $\Delta\mathbf{A}$ eine konstante Strahldichte, *unabhängig* von der Position von $\Delta\mathbf{A}$ relativ zu $\Delta\mathbf{E}$; d.h. auch wenn $\Delta\mathbf{A}$ in der durch $\Delta\mathbf{E}$ definierten Ebene steht. Offensichtlich ist dies in der Realität nicht der Fall: Bei endlichem $\Delta\Omega_e$ nimmt die Strahldichte ab und ist bei tangentialer Sicht auf den Emitter Null: Die Fläche $\Delta\mathbf{E}$ des Emitters füllt den Raumwinkel $\Delta\Omega_e$ für große Ausfallswinkel nicht mehr aus.

Gegeben seien zwei ausgedehnte Flächen $\Delta\mathbf{E}$ und $\Delta\mathbf{A}$ mit Ortsvektoren \vec{x}_e und \vec{x}_a . Der Abstand zwischen den Flächenelementen $d\mathbf{E}$ und $d\mathbf{A}$ sei r , und α_e und α_a seien die Winkel zwischen den Flächennormalen und der Verbindungslinie. Dann empfängt $\Delta\mathbf{A}$ von $\Delta\mathbf{E}$ die Leistung Φ (Integration von Gleichung (2.69)):

$$\Phi = \int d\Phi = \iint_{\vec{\xi}_e}^{\Delta\mathbf{E}} \iint_{\vec{\xi}_a}^{\Delta\mathbf{A}} \mathcal{L}_e(\alpha_e) \frac{\cos(\alpha_e) \cos(\alpha_a)}{r^2} d\mathbf{A} d\mathbf{E} \quad (2.71)$$

Die Ausfallswinkel α_e , α_a und r sind Funktionen der Ortsvektoren $\vec{\xi}_e$ und $\vec{\xi}_a$ und charakterisieren die Lage der Flächen relativ zueinander im dreidimensionalen Raum. Das Integral (2.71) ist für beliebige Flächen nicht allgemein lösbar. Für die Praxis interessant ist die Näherung, in der die Integranden als konstant angesehen werden:

Dieser Fall ist anwendbar für zwei Flächen, deren typische Dimension (z.B. der Durchmesser) kleiner als der mittlere Abstand der Flächen ist. Dann gilt: Im maximalen Raumwinkel, den die Empfängerfläche von einem Punkt des Senders aus gesehen einnimmt, ist \mathcal{L}_e konstant und $r(\vec{x}_e, \vec{x}_a)$ wird durch den mittleren Abstand gegeben. Dann folgt aus (2.71):

$$\Phi = \mathcal{L}_e(\alpha_e) \cos(\alpha_e) \mathbf{E} \cos(\alpha_a) \mathbf{A} r^{-2} \quad (2.72)$$

Das heißt, die auf die Fläche \mathbf{A} treffende Leistung ist proportional zu der gemittelten Strahldichte $\overline{\mathcal{L}}_e$ (Def. 2.47) der Fläche \mathbf{E} in Richtung der Fläche \mathbf{A} .

2.5.3 Formfaktor

Wird in Gleichung (2.71) als Emitter ein Lambert'scher Strahler angenommen ($\mathcal{L} = \text{const}$), so ergibt sich ein von \mathcal{L} unabhängiges Integral, das den *Formfaktor* F definiert:

$$F_{\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{A}} := \iint_{\vec{\xi}_e}^{\mathbf{E}} \iint_{\vec{\xi}_a}^{\mathbf{A}} \frac{\cos(\alpha_e) \cos(\alpha_a)}{r^2} d\mathbf{A} d\mathbf{E} \quad (2.73)$$

Damit ist $\Phi = F\mathcal{L}$. Die Formfaktordefinition ist symmetrisch in \mathbf{A} und \mathbf{E} , daher kennzeichnet F die geometrische Relation im 3d Raum zwischen zwei Flächen. Der Formfaktor wird für Strahlungstransportgleichungen und das in Kapitel 7.2 näher beschriebene Radiosity Verfahren verwendet. Anwendbar ist F allerdings nur zum Berechnen des Strahlungsaustausches zwischen Lambert'schen Strahlern. Eine neue Methode zur analytischen Lösung ist in [SH93] beschrieben.

2.6 Radiometrische Detektoren und Quellen

2.6.1 Abbildende Systeme

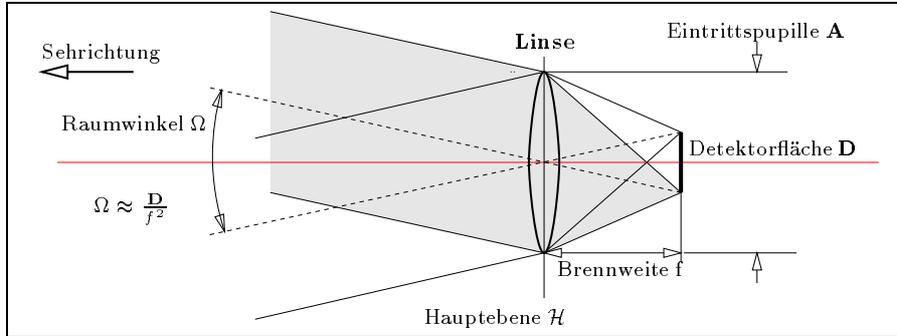


Abbildung 2.16: Einfache konvexe Linse als Strahlendichte-Meßgerät für eine Einfallsrichtung

In Kapitel 2.5 bezogen sich alle Größen und Gesetze auf den Strahlungsaustausch zwischen ebenen Flächen, die als Detektor mit konstanter Winkelempfindlichkeit Υ beschrieben werden können. Das nächst einfachere optische System ist eine Linse, die in der Näherung der Gauss-Optik (kleine Winkel zwischen optischer Achse und Lichtstrahl) und als dünne Linse mit nur einer Hauptebene beschrieben wird. Jedem Punkt auf der Detektorfläche \mathbf{D} , die in der Brennebene montiert ist, entspricht eine Raumrichtung: Alle aus dieser Raumrichtung auf die Linsenfläche treffenden Strahlen werden in diesem Punkt gesammelt. Die Ausdehnung von \mathbf{D} definiert den Raumwinkel Ω , der für kleine \mathbf{D} durch Gleichung (2.29) gegeben ist. Ist das Ausgangssignal des Detektors proportional der Summe aller auf \mathbf{D} einfallenden Strahlungsleistung, verhält sich das Gesamtsystem als Strahlendichte-Meßgerät mit Fläche \mathbf{A} , Öffnungswinkel Ω und "Sehrichtung" entlang der optischen Achse. In optischen Systemen wird \mathbf{A} meist als *Eintrittspupille* bezeichnet. Die Fläche des Frontdurchmessers der Linse ist damit eine Realisation des winkelselektiven Detektors aus Definition (2.45) zur Messung einer mittleren Strahlendichte (2.47).

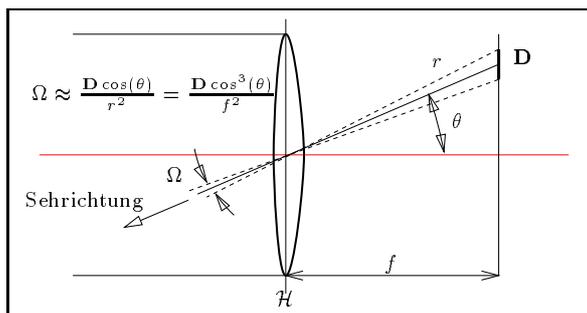
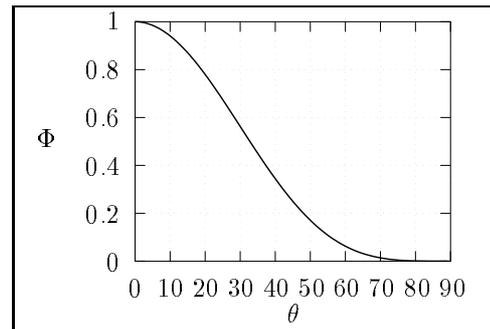


Abbildung 2.17: Offaxis Strahlendichte Messung



2.17.b relative Bestrahlungsstärke auf \mathbf{D}

Ein ortsauflösender Detektor (Auge, Filmemulsion, CCD-Chip²¹, usw.) besitzt viele kleine \mathbf{D} Empfängerflächen, die in der Brennebene angeordnet sind, und ein Signal proportional zur einfallenden Bestrahlungsstärke²² liefern. Betrachtet man ein kleines Flächenelement \mathbf{D} , daß zur optischen Achse den Winkel θ einschließt (Abbildung 2.17), gilt allgemein: $\Phi = \mathcal{L}(\theta) \mathbf{A} \cos(\theta) \Omega$ und in diesem

²¹Charge Coupled Device, lichtempfindliches Elektronikbauteil, z.B. in Videokameras.

²²Die Schwärzung der Filmemulsion ist in Grenzen proportional zum Produkt aus Zeit und Bestrahlungsstärke. Eine ausführliche und detaillierte Charakterisierung von photochemischen Materialien und Prozessen gibt [Kel93]. Lesenswert ist auch [Gib86, chapter 6, "Photography in experiments"].

Fall $\Phi = \mathcal{L}(\theta) \mathbf{A} \mathbf{D} \cos^4(\theta) f^{-2}$. Der rapide Abfall der Bestrahlungsstärke (Abb. 2.17.b), besonders bei Weitwinkelobjektiven ($\theta \approx 45^\circ$), muß durch Konstruktion des Linsensystems ausgeglichen werden (vergl. [KF88, Seite 170, Abb. 4.24].

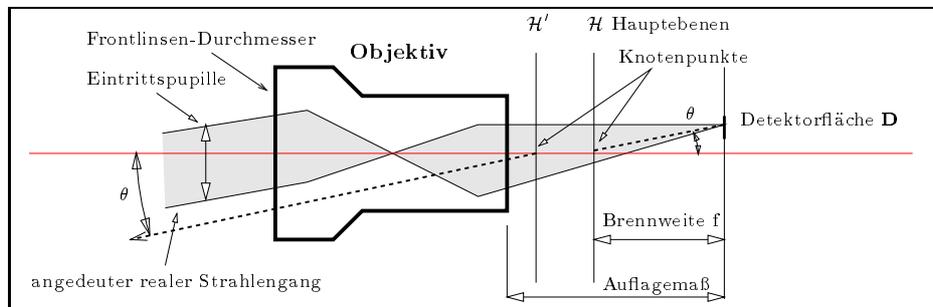


Abbildung 2.18: Strahlengang und optische Parameter eines Weitwinkel-Objektivs

Objektive in Leuchtdichte-Meßgeräten und Kameras haben zur Korrektur von Linsenfehlern nicht eine Linse, sondern einen Linsensatz²³. Dessen einfachste Beschreibung erfolgt mit Hilfe der Gauss'schen-Hauptebenen [BS93, Seite 80 ff]. In Abbildung 2.18 sind Objektivumriss, Hauptebenen und Strahlengang eines Fotoobjektivs dargestellt. Der angedeutete Strahlengang hängt natürlich von der genauen und evt. unbekanntem Linsenkombination ab, während die Lage der Hauptebenen und die Eintrittspupille experimentell ohne Kenntnis der Linsenkombination bestimmt werden kann²⁴. Die Eintrittspupille ist dabei *nicht* gleich dem Frontdurchmesser des Objektivs, sondern das vor die erste Linse projizierte Bild der kleinsten, strahlbeschränkenden Blende (Aperturblende), in den meisten Fällen ist dies die manuell verstellbare Irisblende [BS93, Seite 181].

Diese Beschreibung gilt nur für Standard-Objektive, die dreidimensionale Geraden, durch Projektion des 3d-Raums auf eine Ebene, wieder auf zweidimensionale Geraden abbilden. Dies ist bei einem Bildformat von 36x24mm (Kleinbild) nur bis zu einem Bildwinkel von 90° bis 100° möglich. Die sogenannten *Fisheye-Objektive* bilden einen Bildwinkel von bis zu 220° Grad auf eine Kreisfläche ab, gemäß der Formel $\theta = \theta(r)$, wobei r der Abstand des Bildpunkts vom Zentrum der Kreisfläche und θ der Winkel zwischen der Raumrichtung und der optischen Achse sind. Es werden in der Praxis zwei Funktionstypen für $\theta(r)$ verwendet: $\theta(r) = cr$ (z.B. beim Nikon Fisheye mit $f = 8\text{mm}$, Details siehe [Nik] und Abb. E.1) und $\theta(r) = \arccos(\sqrt{1 - r^2})$ (siehe Gleichung (4.9) auf Seite 61). Diese Objektive erfassen die Strahldichte-Verteilung eines großen Sichtwinkels in einem Bild und eignen sich daher gut um Simulationsergebnisse der Lichtverteilung in Räumen mit der Realität zu vergleichen.

Verglichen mit einem Objektiv ist das Auge, mit nur einer Linse, einfach gebaut. Es hat aber einen erstaunlich großen Sichtwinkel (siehe Abbildung 2.19). Der Abfall der Bestrahlungsstärke mit großem Sichtwinkel wird in diesem Fall durch verschiedene Faktoren ausgeglichen: die Krümmung der Netzhaut, den höheren Brechungsindex im Auge (sog. Glaskörper) als davor (dadurch braucht die Netzhaut nicht volle 180° zu überdecken) und die Bildverarbeitung im Gehirn. Der Pupillendurchmesser liegt bei 3-10mm und das Auflösungsvermögen für optimalem Kontrast bei ca $1'$.

Es werden beim Auge zwei Blendungsmechanismen unterschieden, die beide eine Verschlechterung des Sehvorganges (z.B. Winkelauflösung) bewirken: Streuung an Linse und Glaskörper führt bei hohen Leuchtdichten zur Überstrahlung von dunkleren Bereichen der Netzhaut (*physiologische* Blendung), während schon kleinere Leuchtdichten oder Leuchtdichtevariationen (hoher Kontrast)

²³Auf die vielfältigen Linsenfehler wird hier nicht weiter eingegangen.

²⁴An einem Weitwinkelobjektiv wurde vom Autor "aus Spaß an der Freude" die Lage der Hauptebenen (≈ 2 und 3mm ab Hinterkante Objektiv, $f \approx 29\text{mm}$), die Eintrittspupille ($\approx 12\text{mm}$) und die Lichtstärke, d.h. Eintrittspupille-Durchmesser zu Brennweite = $1:2.3$) mit sehr primitiven Mitteln (drehbarer Schraubstock, Metermaß und Millimeterpapier) nach dem in [BS93, Seite 95, 7. Auflage] angegebenen Verfahren in zu erwartender Übereinstimmung mit den Herstellerangaben ($f=28\text{mm}$, $1:2.5$) bestimmt. Der Frontdurchmesser war dabei 58mm .

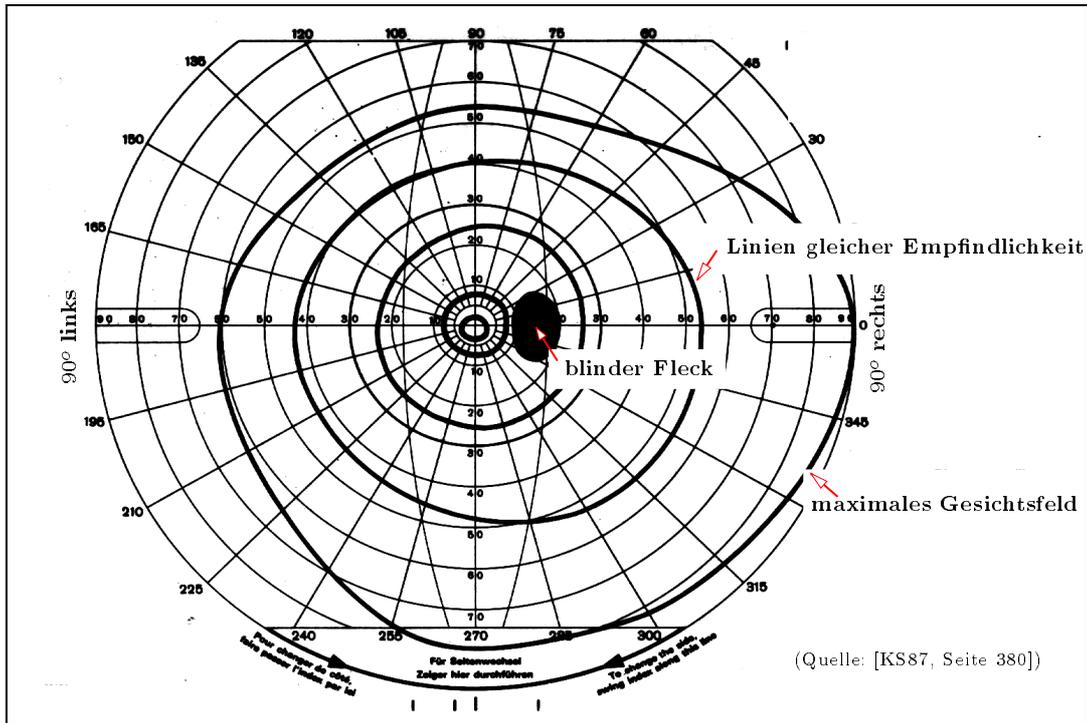


Abbildung 2.19: Gesichtsfeld eines Auges

die Adaptation der Netzhaut und die Bildverarbeitung im Gehirn überfordern (*psychologische Blendung*) [Sch92]. Letzteres ist als psychologische Größe schwerer meß- und normierbar, weshalb keine zufriedenstellende Definition von "Blendung" vorliegt. Unter dem Stichwort "Visual Comfort" ist dies Gegenstand weiterer Forschung.

Das Auge als Leuchtdichtemesser war die Basis für die "Entdeckung" des Lambertstrahlers: Ein solcher sieht von allen Richtungen aus betrachtet gleich hell aus, was einfach aus den bisherigen Definitionen folgt und leicht an einem wolkenverhangenen Tag (diffuses Licht) beim Anblick eines Blatt Papiers (möglichst rau, natürlich kein Hochglanzpapier), das in diesem Fall das Licht praktisch völlig diffus reflektiert, nachprüfbar ist.

2.6.2 Beleuchtungs-Systeme

Die bisherigen Überlegungen gelten umgekehrt für alle Beleuchtungsfälle, bei denen eine kleine, aber nicht infinitesimale Lichtquelle (Glühfaden, Lichtbogen) durch ein Linsen- oder Spiegelsystem abgebildet wird. Dabei wird meistens bezweckt, auf einer gegebenen Fläche eine möglichst hohe und homogene Bestrahlungsstärke-Verteilung mit hoher Strahldichte zu erzeugen. Dies ist eine Näherung der idealen parallelen Beleuchtung, deren Beschreibung (2.41) eine unendlich hohe Strahldichte aus nur einer Raumrichtung impliziert. Um dieses Ideal anzunähern, werden in der Literatur, auf Grund der achromatischen Abbildung und der kleineren Oberflächenstreuung, meist Spiegelsysteme bevorzugt. Ein Beispiel für eine Berechnung der Strahlverteilung durch abbildende Systeme ist in [KF88, Kap. Beisp. aus d. Radiometrie: Scheinwerfer, Seiten 171-174]²⁵ gegeben.

In dieser Arbeit kann nicht auf eine quantitative Analyse und Durchrechnung der radiometrischen Eigenschaften von Beleuchtungssystemen eingegangen werden, da diese für die weiteren Probleme wenig Nutzen bringen: Selbst wenn die radiometrischen Eigenschaften der Linsen und Spiegel bekannt sind, kann die Strahldichte auf Flächen, die mit diesen Systemen beleuchtet sind,

²⁵ "Ein Scheinwerfer ist nicht eine so einfache Komponente, wie es auf den ersten Blick scheint."

nur berechnet werden, wenn die Strahldichte der Lichtquelle selbst bekannt, d.h. gemessen ist. Die für Simulationsrechnungen benötigten Strahldichteverteilungen auf Probenflächen werden daher durch direkte Messung auf den Probenflächen selbst ermittelt.

2.6.3 Detektor-Aufbau und Meßanordnungen

Die Größe des photometrischen Detektors und seine Position zur abstrahlenden Fläche bestimmen den von ihm eingenommenen Raumwinkel Ω_{Det} . Der interne Detektoraufbau (z.B. Blenden) bestimmt die winkelabhängige Empfindlichkeit Υ (Def. (2.42)). Für Detektoren mit konstantem Υ innerhalb eines Raumwinkelbereichs (2.45) wird die Detektorcharakteristik durch Ω_{Sicht} gegeben. Es gibt mehrere Meßsignale, die aus dem primären Signal, der vom Detektor gemessenen Strahlungsleistung Φ , abgeleitet werden: Die Photometrie des Goniophotometers zur Messung der *BRTF* wird in Kap. 3.2.1 beschrieben, hier sind die folgenden Detektorarten aufgelistet, die zum Vergleich der Simulationsergebnisse mit der Realität nötig sind:

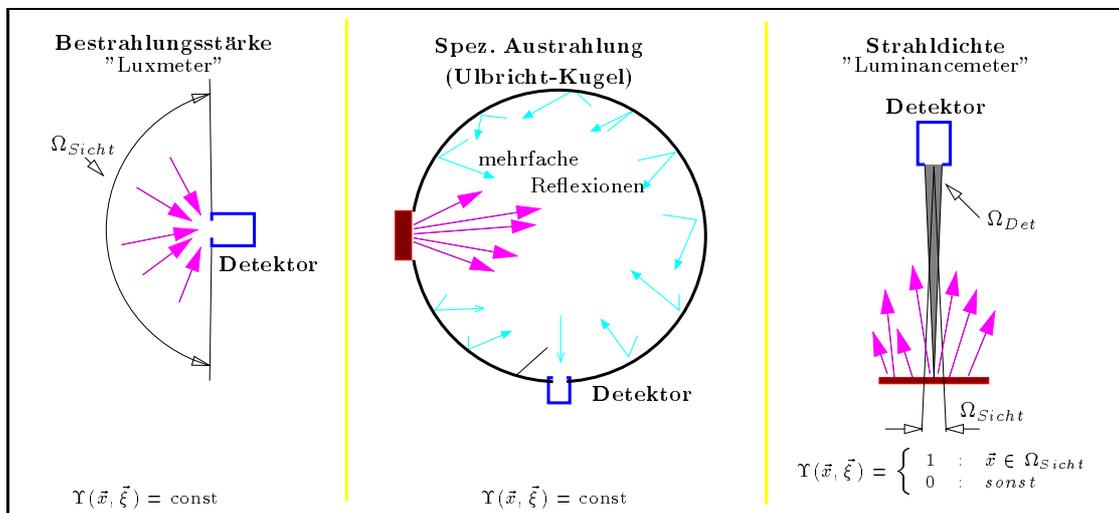


Abbildung 2.20: Detektorarten

Bestrahlungsstärke, Beleuchtungsstärke (Luxmeter) Ein meist kleiner kreisförmiger Detektor ($\varnothing \approx 2\text{cm}$) zur Messung der Bestrahlungs- oder Beleuchtungsstärke in $[W\text{m}^{-2}]$ oder $[Lumen\text{m}^{-2}]$. Der Detektor für die photometrischen Einheiten heißt Luxmeter und wird vielfach als Handgerät bei der Bestimmung der Beleuchtungsstärke in realen Räumen und Modellen [Sch94] verwendet. Der ideale Detektor sollte Strahlung aus dem ganzen Halbraum erfassen ($\Omega_{Sicht} = 180^\circ$) und gleich bewerten (winkelabhängige Empfindlichkeit $\Upsilon = \text{const}$). Reflexionen an der Detektoroberfläche und Absorption im Material bewirken jedoch eine Winkelabhängigkeit, die durch integrierte Streuscheiben oder Linsen vor dem eigentlichen Detektor ausgeglichen werden muß. Eine Beschreibung dieser Methoden findet sich in [Kei67, Seite 280ff].

Ulbrichtkugel (engl. integrating sphere) Detektor zur Messung der Spezifischen Ausstrahlung, direkt-hemisphärische Transmission oder hemisphärische-hemisphärische Transmission [Neu93]. Theoretisch könnte ein ideales Luxmeter direkt an die abstrahlende Fläche gehalten werden, dies ist aber nicht praktikabel, da die Winkelkorrektur für extrem flache Einfallswinkel bei einem Luxmeter aus technischen Gründen nicht ausreicht.

Die Anforderung an den Detektor ist, daß jedes aus der Fläche austretende Photon unabhängig von seinem Austrittswinkel zum Ausgangssignal beiträgt. Eine Lösung wäre die

Ausdehnung der Detektorfläche auf den vollen Halbraum, etwa durch Belegen der Innenseite einer Halbkugel. Dies ist nicht nötig, da es ausreicht, den größten Teil der Kugellinnenseite diffus reflektierend zu beschichten und einen kleinen Teil der Fläche als Detektor zu gebrauchen. Verhindern Blenden eine direkte Beleuchtung des Detektors, ist die vom Detektor gemessene Leistung nahezu unabhängig von der Einfallsrichtung des Photons (siehe dazu Raytracing der Mehrfachreflexionen in [Neu93]).

Strahldichte, Leuchtdichte (Luminancemeter) Mißt die auf den Detektor einfallende Strahldichte und damit nach (2.70) die Strahldichte \mathcal{L} der Probe. Die Messung dieser Größe in realen Räumen ist die Grundlage zur Bestimmung von möglichen Blendungen des Auges. Das ideale Meßgerät hätte einen unendlich kleinen Öffnungswinkel um die Raumrichtung \vec{x}_0 zur Bestimmung der Strahldichte $\mathcal{L}(\vec{x}_0)$. Dazu ist der Detektor als Handgerät meistens als "Pistole" ausgebildet mit $0.5\text{-}1^\circ$ Öffnungswinkel und Strahlteiler im optischen Strahlengang, der ein Sucherbild des "angepeilten" Objekts, d.h. die Festlegung von \vec{x}_0 , erlaubt (nähere Angaben finden sich in den technischen Beschreibungen, zum Beispiel in [Min87]). Die Ausgabe des Meßwerts erfolgt direkt in $[cd\ m^{-2}]$.

Kapitel 3

BRTF Meßapparatur

3.1 Messung der *BRTF* Vergleich mit anderen Goniophotometern

Ziel eines Goniophotometers ist die Bestimmung der materialcharakterisierenden *BRTF*-Funktion (Definition 2.49), aber, wie in Kap. 2.4.1 beschrieben, ist nur der Mittelwert \overline{BRTF} meßbar (Def. 2.51), und die Winkelauflösung der Apparatur begrenzt die Kenntnis der "wahren" *BRTF*.

Für Goniophotometer finden sich in der Literatur verschiedene Beispiele zur Messung an relativ kleinen optischen Bauteilen (Linsen, Oberflächen-Spiegel usw.), die meistens als Lichtquelle einen Laser auf Grund seiner fast idealen optischen Eigenschaften (*Gaussian Beam*) verwenden und streuarmlen Oberflächenspiegeloptiken zur Aufweitung und Fokussierung des Strahls auf den Detektor (z.B. [LP88], [AB89], [SSW+]).

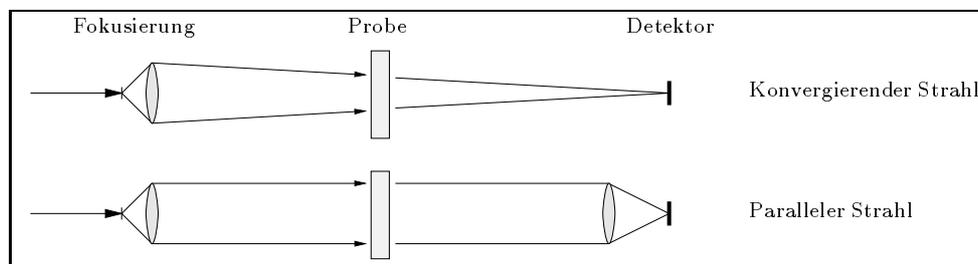


Abbildung 3.1: Zwei Strahlgeometrien zur *BRTF* Messung

Der aufgeweitete Strahl wird, wie in Abb. 3.1 skizziert, entweder direkt auf den Detektor fokussiert ([Sto90, Kap. 6, Scatter Measurements and Instrumentation]), oder eine zweite Optik bildet hinter der Probe den auf unendlich fokussierten Strahl auf den Detektor ab ([ANS77], [NRH77]). Erstere Methode vermeidet Streuung an der Detektoroptik, letztere Methode definiert die Einfallsrichtungen über die Probenfläche genauer. Da die Probengrößen meist klein im Vergleich zum Detektorabstand sind und daher die Strahlkonvergenz klein ist, wird der Strahl meist direkt auf den Detektor fokussiert. Die Mittelungen der *BRTF*-Funktion durch endliche Raumwinkel von Quelle und Detektor werden in [Sto90] als *Instrument-Signatur* bezeichnet: Dies ist die gemessene Streuverteilung ohne Probe.

Außerdem bietet sich eine Integralgleichungslösung für das Detektorsignal an, wenn der Abstand zum Detektor in derselben Größenordnung wie die Probendimension liegt und der Detektor keine Linsenelemente enthält. Diese Methode erlaubt im Prinzip die Vermessung größerer Proben, wurde in ([Sch93]) entwickelt und wird in 3.2.5.3 näher skizziert.

Die Wahl des Meßverfahrens, der geometrischen Anordnung von Detektor und Lichtquelle und der fokussierenden Optiken richtet sich nach der Probengröße und der geforderten Winkelauflösung.

Die schon erwähnten Reflexionsmessungen erfolgen meist an kleinen Proben mit sehr hoher Winkelauflösung, während die Transmissionsmessungen an Tageslichtmaterialien an Probengrößen bis zu einigen Dezimetern mit geringeren Anforderungen an die Winkelauflösung erfolgen. Die Schwierigkeiten liegen bei Tageslichtmaterialien in der Ausleuchtung einer großen Fläche. Diese Goniophotometer¹ verwenden im Vergleich zu den Reflexionsmessungen relativ einfache Beleuchtungssysteme: Linsensysteme, Bühnen-Scheinwerfer oder Leuchtturmspiegel.

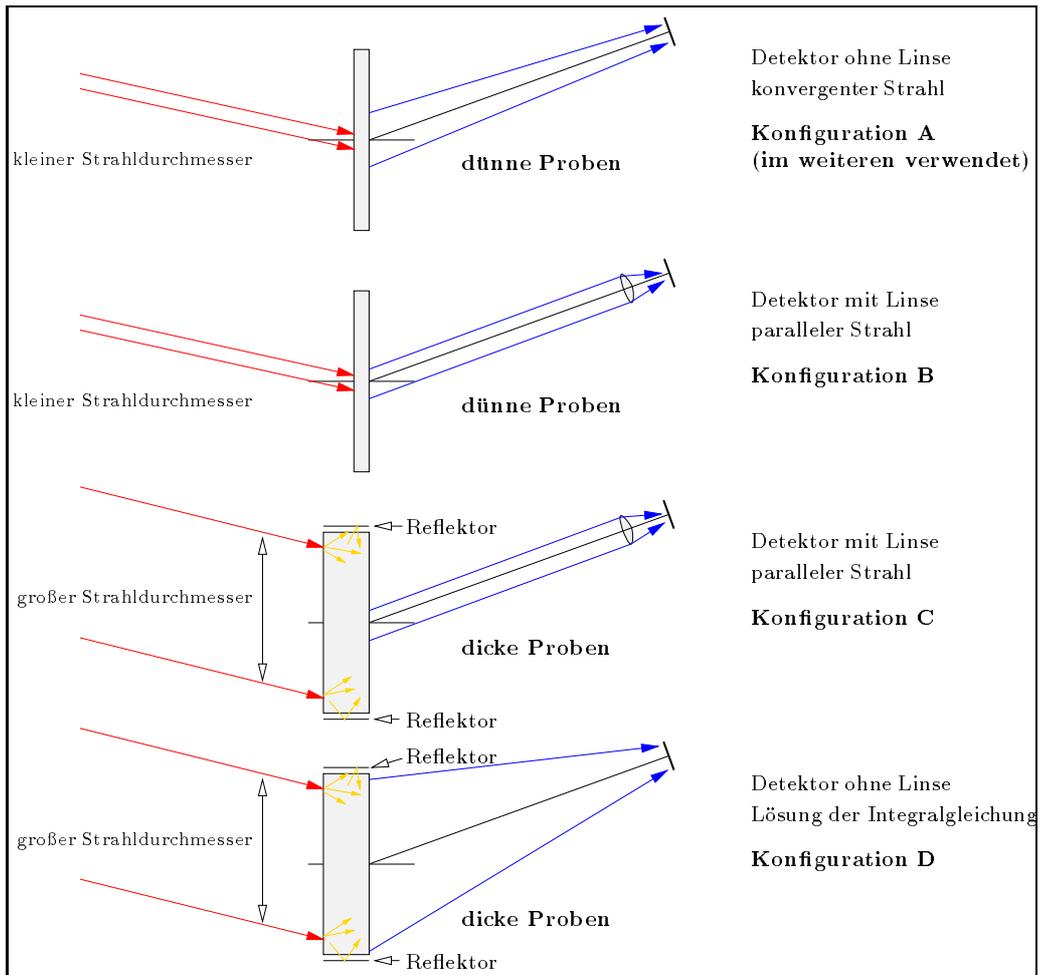


Abbildung 3.2: Mögliche Strahlgeometrien des ISE-Goniophotometers

Abbildung 3.2 zeigt die möglichen Meßanordnungen am ISE- Goniophotometer. Wie in Kapitel 2.4.5 beschrieben und in Abb. 2.14 skizziert, gibt es mehrere Geometrien für die Bestrahlungsfläche und den Sichtwinkel des Detektors: Die meisten Materialien werden am hier beschriebenen Goniophotometer mit einem Strahlenbündel kleinen Querschnitts beleuchtet, und der Detektor-Sichtwinkel ist so groß gewählt, daß die gesamte abstrahlende Fläche im Sichtwinkel liegt. Dies ist Fall B in Abb. 2.14 und Konfiguration A in Abb. 3.2.

Die Konfiguration B unterscheidet sich von Konfiguration A durch eine Linse vor dem Detektor, der dadurch, wie in Kap. 2.6.1 beschrieben, als Strahldichtemesser arbeitet. Der Vorteil dieser

¹ Am Lawrence Berkeley Laboratory (LBL) in Berkeley, CA, USA, am Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme (FhG-ISE) in Freiburg, FRG und am Toegepast Natuurwetenschappelijk Onderzoek (TNO) in Delft, NL .

Anordnung besteht in der besseren Winkelauflösung gegenüber Konfiguration **A**, mit dem Nachteil einer weiteren Fehlerquelle durch die Detektorlinse. Bei inhomogenen Proben muß die Struktur kleiner sein als der Sichtbereich des Detektors, sonst verursachen kleine Justierfehler des Detektors Schwankungen des Meßsignals.

Bei den Konfigurationen **C** und **D** erzeugt ein Hohlspiegel im Beleuchtungssystem einen größeren Strahldurchmesser, der für den Detektor entweder eine Linse (Fall A in Abb. 2.14) oder den Weg der Integralgleichungslösung erfordert. Um eine unendlich ausgedehnte Probe zu simulieren, ist der Probenhalter innenseitig verspiegelt, bzw. der Rand der Probe ist verspiegelt.²

3.2 ISE-Goniophotometer

3.2.1 Aufbau

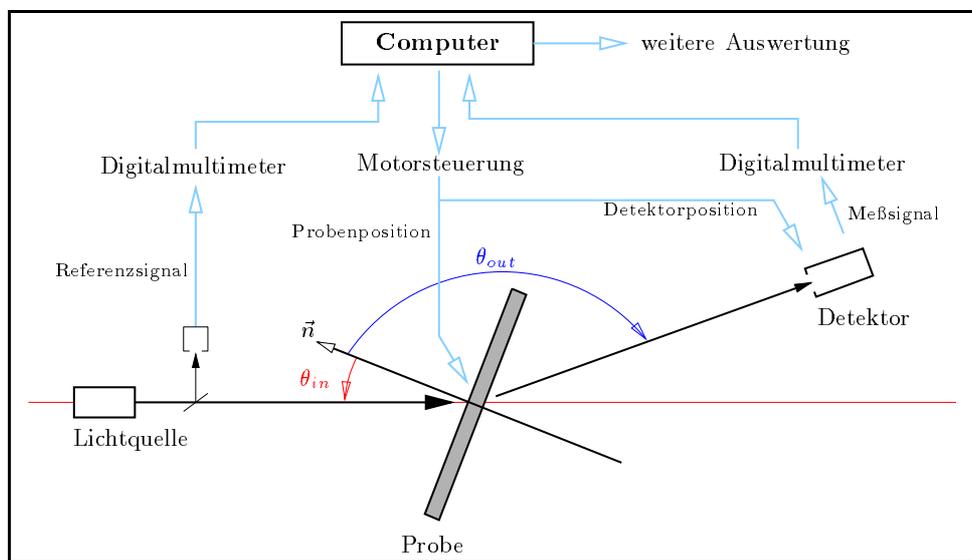


Abbildung 3.3: Skizze der Aufsicht auf die Apparatur und Meßdatenerfassung. Die Lichtquelle und der Detektor sind zusätzlich aus der Ebene herausschwenkbar (siehe Text und Abb. 3.4)

Das Goniophotometer ist eine Apparatur zur Messung der winkelabhängigen, spektralintegralen Transmission und Reflexion von Licht an Proben bis zu 40cm Kantenlänge. Die Lichteinfall- und Lichtausfallsrichtungen müssen dabei nicht in einer Ebene liegen, da beide Richtungen beliebig getrennt einstellbar sind (sog. *out-of-plane goniophotometer*). Das Meßprinzip ist vergleichbar mit anderen Aufbauten ähnlichen Typs am Lawrence-Berkeley-Laboratory in Berkeley (USA, CA, [Spi90]) und bei TNO (NL, Delft), sowie Geräten, die hauptsächlich für Reflexionsmessungen verwendet werden ([LP88], [AB89], [SSW+], [War92]). Diese Reflexionsmessungen wurden in der Mehrzahl für das Streuverhalten abbildender optischer Komponenten (δ -förmige *BRTF*-Funktionen von Spiegeln, Linsen usw.) entwickelt oder zur Charakterisierung von Oberflächen und Farben für militärische Zwecke (höchstauflösende Optiken für satelliten-basierte Fernerkundung und "Signaturen" von Objekten) verwendet. Soweit bekannt, wurden Messungen für Tageslichtelemente nur in Freiburg, Berkeley und Delft durchgeführt. Alle drei Aufbauten sind prinzipiell ähnlich und unterscheiden sich in Details, wie z.B. Beleuchtungsquelle, Winkelauflösung, Detektor und Meßwertverarbeitung. In diesen Details stecken jedoch die "Stolperfallen" ([NRH77] und Kap. 3.2.3 ff) dieser an sich einfachen Meßanordnung.

²Auf die dennoch auftretenden systematischen Fehler wird hier nicht weiter eingegangen, da die Materialien mit Konfiguration **A** vermessen wurden.

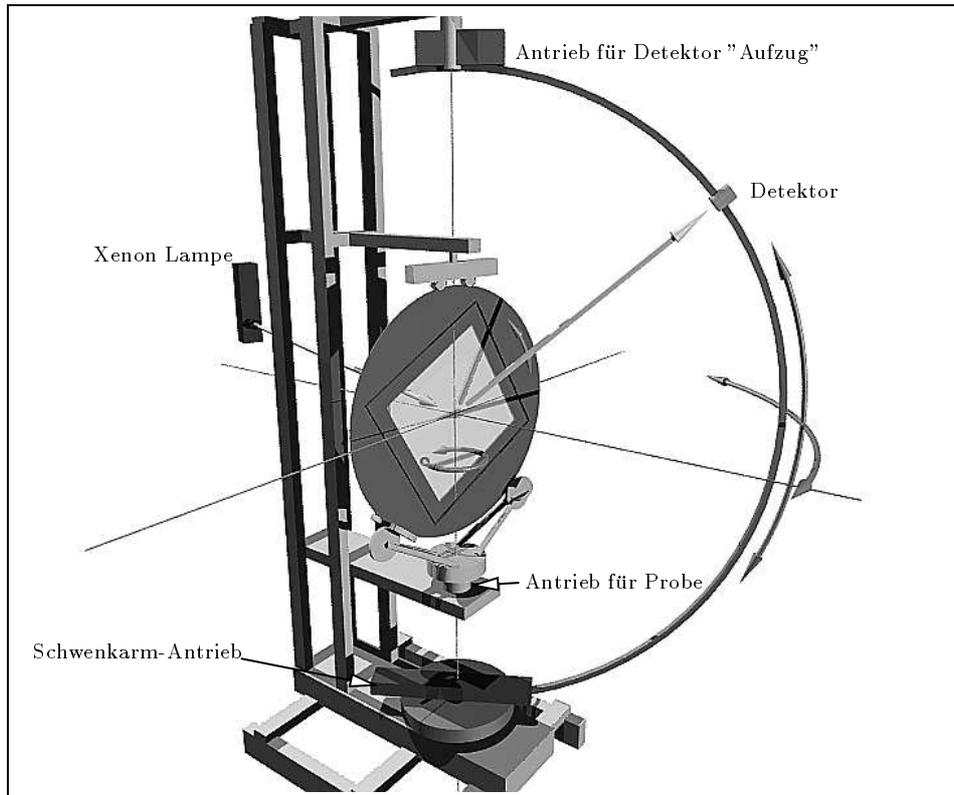


Abbildung 3.4: Perspektivische Ansicht eines Computermodells der Apparatur

Der Aufbau am FhG-ISE besteht aus drei Teilen: einer Lichtquelle zur Beleuchtung der Probe, dem Probenhalter zum Einstellen des Einfallswinkels und dem Detektor, der die ausfallende Strahlstärke oder Strahldichte mißt. Abbildung 3.3 skizziert die Aufsicht auf das Gerät.

Die Lichtquelle ist alternativ eine 1kW Xenon-Hochdrucklampe mit nachgeschalteter Lochblende und Linsensystem für einen Strahldurchmesser von 5-25 mm oder eine Halogenlampe mit Parabolspiegel, der einen Strahldurchmesser von ca 30 cm liefert. Ziel ist in beiden Fällen eine homogene Ausleuchtung der Probe mit einer Lichtquelle, die von jeder Stelle auf der Probe aus gesehen einen möglichst kleinen und konstanten Raumwinkel einnimmt (siehe Kap. 3.2.3).

Da beide Lichtquellen ortsfest sind, wird die Probe um zwei Achsen gedreht, um alle Einfallswinkel (θ_{in}, ϕ_{in}) einzustellen. Dazu ist die Probe in einer senkrecht stehenden und um ihre Normale drehbaren Scheibe befestigt, die zusätzlich um eine lotrechte Achse schwenkbar ist (Abb. 3.3).

Die beiden Winkel (θ_{out}, ϕ_{out}) der Ausfallsrichtung werden durch Schwenkbewegung des Detektors um zwei Achsen eingestellt: horizontal um die Probe und vertikal entlang einer kreisförmigen Linearführung mit 1m Radius. Die in [AB90] beschriebene Linearführung wurde in der Zwischenzeit, seit der Verfügbarkeit von radialen "Linear"-Führungen, durch dieses neue Design ersetzt. Der Antrieb des Schlittens, der mit Linearkugellager-Technik auf den Schienen befestigt ist, erfolgt, wie im ersten Design, durch einen Zahnriemen. Diese Antriebstechnik ist etwas aufwendiger, hat aber den Vorzug hoher Genauigkeit und Schwingungsfreiheit. Die Dehnung des ca. 6m langen Riemen ist wegen des Glasfaser-Zugstrangs im Riemen vernachlässigbar.

Der Schwenkbereich des Detektors wurde ebenfalls durch diesen Umbau von einer Halbkugel auf nahezu eine Vollkugel erweitert, was Probleme der Datenkorrektur vermindert (siehe Kap. 3.2.4 und Anhang C).

In Abbildung 3.4 ist die perspektivische Ansicht eines Computermodells³ der Apparatur dargestellt, an der sich der Aufbau leichter erkennen läßt als im Originalfoto, da kritische Teile der realen Apparatur zur Reflexminderung matt schwarz gestrichen sind.

Die Grundlagen und Details des Aufbaus und der Steuerung, sowie die ersten damit gemessenen Streuverteilungen wurden in [AB90] beschrieben, Ergänzungen und weitere Details sind in [AB94], sowie im Anhang C enthalten. Die in [AB90] behauptete Möglichkeit, den endlichen Detektorabstand für beliebig streuende Proben rechnerisch zu korrigieren, hat sich besser bewährt als damals gedacht: Ein allgemeiner Ansatz dieser Korrektur führt auf eine sog. *Fredholm'sche Integralgleichung*, von der Thomas Schmidt ([Sch93]) zeigte, daß sie eine Rückrechnung der Meßwerte auf den Idealfall eines unendlich weit entfernten Detektors, bei minimalen Annahmen über das Streuverhalten der Probe, gestattet.

Ein wichtiger Schritt zur Validierung der Meßdaten war der Vergleich der Meßwerte des Goniophotometers mit winkel-integralen Messungen (Ulbrichtkugeln), der zum ersten Mal⁴ einen quantitativen Vergleich lieferte (Durchführung: Jochen von der Hardt).

Eine typische Messung läuft wie folgt ab: Durch Drehen der Probenhalterung wird ein fester Einfallswinkel gewählt, der während der folgenden Messung konstant bleibt. Bei fortlaufender Meßwerterfassung mit vorgegebener Meßfrequenz wird der Detektor kontinuierlich durch den Bereich der transmittierten Strahlung geschwenkt. Dazu wird einer der beiden Ausfallswinkel in vorbestimmten Schritten erhöht und eine Schwenkbewegung um den anderen Winkel durchgeführt. Diese kontinuierliche Bewegung (sog. Messung *on-the-fly*) vermeidet Start/Stop-Bewegungen der Mechanik pro Meßpunkt, die länger dauern würden. Auftretende Probleme werden im nächsten Abschnitt beschrieben.

Die Winkelaufrastrerung wird somit durch die Winkelgeschwindigkeit der kontinuierlichen Schwenkbewegung und die Meßfrequenz bestimmt. Bei gleichbleibender Gesamtmeßzeit bedingt eine schnellere Meßwerterfassung eine feinere Winkelrastrerung. Deshalb wurde die ursprünglich verwendete Meßwerterfassung durch eine schnellere ersetzt.

Durch die konstruktive Lage der Achsen ist das Koordinatensystem der Bewegungsachsen nicht $(\theta_{out}, \phi_{out})$, sondern gegen dieses um 90° gekippt. Bei dem beschriebenen Schwenkverfahren liegen die Meßpunkte daher nicht äquidistant auf einem $(\theta_{out}, \phi_{out})$ -Raster. Dies ist jedoch für die weitere Auswertung ohne Belang, da beliebige Zwischenwerte durch Delaunay-Triangulation (\hookrightarrow Kap 3.4.2) interpoliert werden können.

3.2.2 Messungen während der Schwenkbewegung des Detektors und Synchronisation der Detektorposition

Auf Grund der kontinuierlichen Schwenkbewegung des Detektors und der Meßwerterfassung mittels einem extern getriggerten Multimeters ergibt sich ein potentielles Synchronisationsproblem zwischen dem Zeitpunkt der Messung und dem Ort der Messung:

Das Meßprogramm sendet einen Triggerimpuls an das Multimeter und wartet bis dieses einen Meßwert liefert. Nach Erhalt des Triggerimpulses durchläuft das Multimeter eine Vorbereitungsphase, nimmt den Meßwert, wandelt ihn in einen Ausgabertext um und liefert ihn zurück. Der genaue Zeitpunkt der Meßwertaufnahme in dieser Sequenz ist vom Multimetertyp und vom gewählten Meßbereich abhängig und dem Meßwerterfassungs-Programm a-priori nicht bekannt.

Während der Schwenkbewegung ist dem Meßwerterfassungs-Programm jedoch die Position des Detektors exakt bekannt. Die Arbeitsgeschwindigkeit der Workstation, auf der das Programm läuft und die Art des Zugriffs auf die Variable, in der die aktuelle Position gespeichert ist,⁵ garantiert einen aktuellen, zur realen Motorposition synchronen Wert für die Position des Detektors.

³ siehe auch: http://www.ise.fhg.de/personal_home_pages/apian/Welcome.html

⁴ Soweit mir bekannt, wurde hier zum ersten Mal das Konzept der Voronoi-Zellen auf die numerische Integration von *BRTF* Messungen angewandt

⁵ Das Programm greift hierbei auf eine 16bit Speicheradresse zu, die im RAM der Zusatzprozessoren liegt. Die den Schrittmotor steuernden Assemblerprogramme dieser Zusatzprozessoren benutzen ebenfalls diese Speicheradresse als Counter der Motorposition. Eine 100% Synchronisation wird erreicht, wenn der Zugriff der Workstation und die Umrechnung von Motorschrittzahl auf Winkelgrad im Meßwerterfassungs-Programm schneller erfolgt als zwei

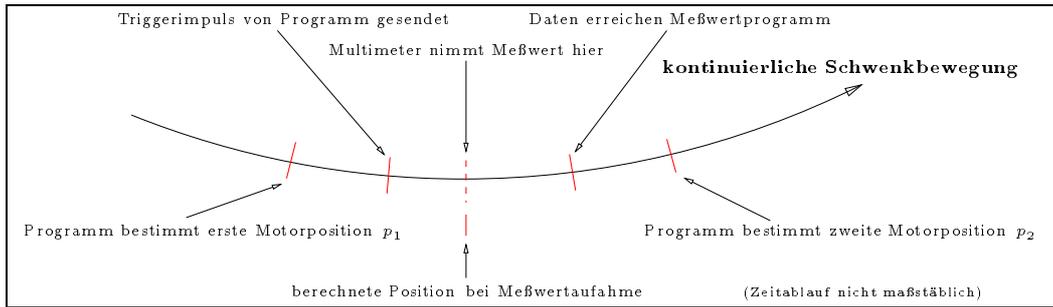


Abbildung 3.5: Zeitlicher Ablauf einer Meßwertaufnahme

Der Ablauf der Erfassung eines Meßwerts ist wie in Abb. 3.5 dargestellt: Zur Bestimmung der Detektorposition, an der das Multimeter den Meßwert erfaßt, wird die Position des Detektors vor dem Senden des Triggersignals und nach Auslesen des Meßwerts bestimmt und die Position zur Zeit der Erfassung als lineare Interpolation zwischen p_1 und p_2 bestimmt: $p = ap_1 + (1-a)p_2$. Der Faktor a wird für einen Multimeter-Typ und Meßbereich durch gegenläufige Messung eines scharf lokalisierten Peaks bestimmt. Für den korrekten Wert a stimmen die Kurven des winkelabhängigen Meßsignals für Messungen "von-links-nach-rechts" mit denen "von-rechts-nach-links" überein.

3.2.3 Lichtquelle

3.2.3.1 Xenon-Bogenlampe und Linsensystem, (Konfiguration A und B)

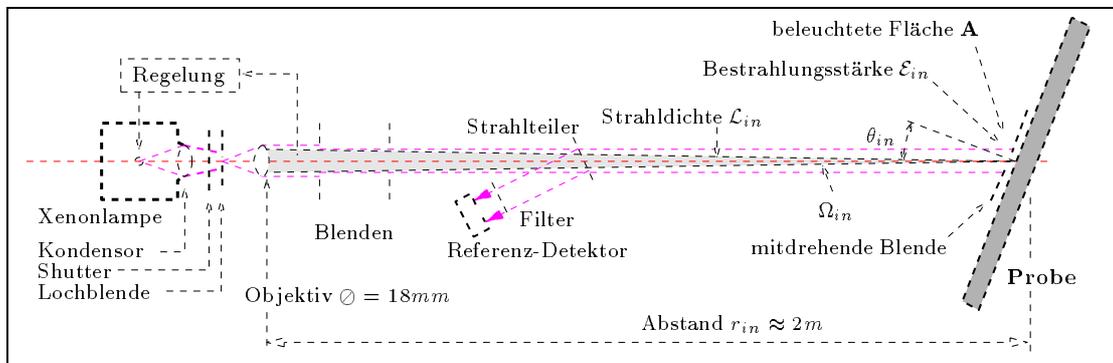


Abbildung 3.6: Photometrische Parameter der Xenon-Lichtquelle

Wie in Abbildung 3.6 skizziert, wird das Bild einer Xenon Kurzlichtbogenlampe durch einen Kondensator, nach Passieren eines mechanischen Verschlusses, auf eine Lochblende mit 1mm Durchmesser abgebildet. Diese Blende ist kleiner als das Bild des Bogens, so daß Streustrahlung und Licht aus dem Rand des Lichtbogens abgeblendet werden. Ein nachgeschaltetes Objektiv ($f=125\text{mm}$), mit Brennpunkt in der Mitte der Blende, erzeugt einen paraxialen Strahl.

In den Strahl ragt eine kleine Sonde (Plexiglasstab, $\varnothing \approx 1.5\text{mm}$), die den Ist-Wert der Strahlleistung mißt und über eine Regelung des Betriebsstroms die Strahlleistung am Ort der Sonde konstant hält. Da aber nur ein Punkt des Strahls gemessen wird, ist zwar eine Drift der Strahlleistung, etwa durch Alterung der Lampe, kompensiert, aber nicht Fluktuation im Strahlquerschnitt

zeitlich aufeinanderfolgende Motor-Schritimpulse.

(z.B. durch "Springen" des Lichtbogens). Zwischen Probe und Objektiv ist deshalb ein Strahlteiler angebracht, der ca 10% des Strahls als Referenzsignal der Strahlleistung auf einen Detektor auskoppelt.

Der Strahl kann computer-kontrolliert durch einen Verschuß abgeschaltet werden, um Messungen ohne Beleuchtung durchzuführen (z.B. um den Nullpunkt der Digitalmultimeter zu kalibrieren). Weitere Blenden zwischen Objektiv und Probe dienen zur Ablendung des von den Linsenoberflächen gestreuten Lichtes.

Eine optionale Blende, die mit der Probe mitgedreht wird, definiert die Lichteintrittsfläche exakter ([jou94, chapter 3]), muß aber in der Drehachse des Probenhalters justiert werden, damit sie mit zunehmendem Einfallswinkel nicht aus dem Strahl gedreht wird. Zusätzlich werden auch bei exakter Justierung, aber nicht homogenen Strahlquerschnitt, die Randbereiche des einfallenden Strahls zuerst abgeschnitten, was zu einer nicht $\cos(\theta_{in})$ -förmigen Abnahme der einfallenden Strahlleistung führt. Da diese Blende zwischen dem Referenzsensor und der Probe liegt, beeinflussen ferner alle Änderungen (Lage, Größe, Planheit) die Transmissionsmessung.

Die Bestrahlungsstärke⁶ auf der Probenfläche ist nicht konstant (Gauss-ähnliches Profil), auf Grund der kleinen Fläche kann jedoch für hinreichend homogene Proben für weitere Rechnungen der Mittelwert angenommen werden. Die Strahldichte und Strahlstärke der beleuchteten Probenfläche sind durch einen Raumwinkel Ω_{in} definiert, der sich auf Grund der Tatsache, daß kein Licht außerhalb der Objektivöffnungen in Richtung **A** gestrahlt wird, abschätzen läßt als $\Omega_{in} \leq A_{Objektiv} r_{in}^{-2}$. Für die gegebene Geometrie folgt $\Omega_{in} \leq 7 \cdot 10^{-5} sr$. Daher wird die einfallende Strahldichte als Mittelwert nach (2.47) betrachtet.

Das Spektrum der Xenon-Hochdrucklampe wird für diese Anwendungen als ausreichend sonnenähnlich angesehen, da die meisten Materialien keine ausgeprägte Wellenlängenabhängigkeit zeigen.

3.2.3.2 Halogenlampe und Hohlspiegel (Konfiguration C und D)

Diese bereits in [AB90, Kap. 4.4] beschriebene Lichtquelle besteht aus einem oberflächenbeschichteten, parabelförmigen Glasspiegel mit 20cm Brennweite und 60cm Durchmesser und einer Halogen-Glühlampe. Verbessert wurde die Befestigung der Lampe, die jetzt mit gespannten, 0.8 mm starken Stahlseilen in einem Aluminiumrahmen erfolgt und praktisch keine Abschattungen verursacht. Unvermeidlich jedoch ist die Abschattung in der Mitte des Strahls, zum einen durch die Lampe selbst und zum anderen durch ein fabrikationstechnisches Loch in der Mitte des Spiegels. In wieweit eine weitere Linsenoptik im Zentrum des Spiegels diese Abschattung ausgleichen kann, wird weiter untersucht.

3.2.4 Detektor

3.2.4.1 Ohne Linse (Konfiguration A und D)

Der Detektor besteht aus einer kreisförmigen Solarzelle und vorgeschaltetem Filter zur Anpassung der Empfindlichkeit des Siliziumhalbleiters an die $V(\lambda)$ Kurve des Auges. Der Kurzschlußstrom I der Solarzelle ist über den ganzen Meßbereich proportional zur auftreffenden Leistung Φ_{det} , da die Strahlleistungen unterhalb der Sättigungseffekte im Halbleiter bleiben. Die Proportionalitätskonstante sei κ : $\Phi_{det} = \kappa I$. Kritischer als die Linearität der Solarzelle ist die Linearität der nachgeschalteten elektronischen Bauteile, besonders des Strom-Spannungswandlers (I/U-Wandler), da das Meßsignal 7 Dekaden umfaßt.⁷

Neuere Messungen mit variabel absorbierenden Flüssigkeiten als Testprobe zeigten Abweichungen von linearem Verhalten unter 1.5%. In wieweit dies auf Ungenauigkeiten der Testprobe zurückzuführen ist, wird in [Har95] beschrieben.

⁶Da $V(\lambda)$ -Filter erst vor dem Detektor eingebaut sind, werden hier für die Probe die radiometrischen Bezeichnungen verwendet.

⁷Der Kurzschlußstrom einer Si-Solarzelle mit 63 mm² Fläche und $V(\lambda)$ -Filter, zum Beispiel, variiert in diesem Meßaufbau zwischen 10^{-10} und 10^{-3} Ampere.

Aus der gemessenen Strahlleistung Φ_{det} können die üblichen photometrischen Größen abgeleitet werden (siehe Kap. 2.3.1): Zum Beispiel bei bekannter Detektorgröße \mathbf{A}_{Det} folgt die Bestrahlungsstärke als Quotient $\Phi_{det}/\mathbf{A}_{Det}$, bei bekanntem Abstand r zur Probenmitte kann der Probe eine mittlere Strahlstärke $\Phi_{det} r^2/\mathbf{A}_{Det}$ (Gl. 2.35 und 2.29) und bei flächenförmiger Probe mit Abstand r , Fläche \mathbf{E} und Winkel α zwischen Normale und Detektorrichtung folgt eine mittlere Strahldichte aus Gl. (2.47) und (2.29).

$$\mathcal{L}_{mittel} = \frac{\kappa I r^2}{\mathbf{A}_{Det} \cos(\alpha) \mathbf{E}} \quad (3.1)$$

Zur Berechnung des *BRTF* Werts für eine Detektorrichtung ist die Kenntnis von \mathbf{E} , r , \mathbf{A}_{Det} nicht nötig (\hookrightarrow Kap. 3.2.5), die Flächen und daraus folgende Raumwinkel limitieren aber die maximale Winkelauflösung (siehe weiter unten).

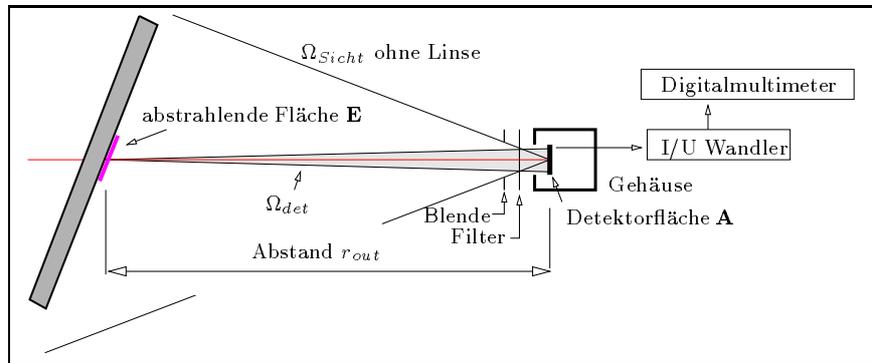


Abbildung 3.7: Photometrische Parameter des Detektors ohne Linse

Die Größe der Detektorfläche wird durch zwei Forderungen bestimmt: Das Ausgangssignal ist (unabhängig von der angewandten Meßmethode) proportional zur Detektorfläche, d.h. für die kleinen Bestrahlungsstärken, die typischerweise für diffus streuende Proben auftreten, muß die Detektorfläche eine Mindestgröße haben, um ohne extremen technischen Aufwand ein gutes Signal/Rauschverhältnis zu erhalten. Dies wird in der Literatur als *NEBRDF*, d.h. *noise-equivalent-BRTF* bezeichnet ([SSCB88]), und kennzeichnet den kleinsten auflösbaren *BRTF*-Wert.

Die obere Grenze der Detektorfläche ist durch die erforderliche Winkelauflösung bestimmt⁸. Sie ist zur Charakterisierung von stark gerichtet streuenden Proben (Waben, Spiegelelemente) und für die Vermessung des Strahlprofils wichtig. In beiden Fällen sollte der Detektor eine Winkelauflösung unter 0.5° ermöglichen. Die standard Blende hat einen Durchmesser von 9mm bei einem Detektorabstand von 1m ($\Delta\theta_{out} = 0.51^\circ$), für bessere Winkelauflösungen können kleinere Blenden verwendet werden.

Das bisher verwendete Keithley Picoamperemeter (Modell 485, 2 Messungen/sec) wurde schon in [AB90] beschrieben. Ein neueres Design verwendet einen externen Strom-Spannungswandler mit rauscharmem Operationsverstärker, dessen 8 Verstärkerstufen computer-kontrolliert schaltbar sind. Ein Digital-Multimeter (Hewlett-Packard 34401A) mit IEEE488 Schnittstelle liefert die Daten zur Workstation. Diese Kombination liefert ein rauscharmes und lineares Meßsignal mit einer Zeitauflösung von bis zu 34 Messungen/sec mit $4\frac{1}{2}$ -Stellen.

3.2.4.2 Mit Linse (Konfiguration B und C)

Alternativ kann vor den Detektor eine Linse angebracht werden, deren photometrische Wirkung in Abb. 2.16 im Kapitel 2.6.1 erläutert ist. Dazu wird vor die Detektorfläche in der Brennebene

⁸Eine weitere theoretische Beschränkung ist der Dunkelstrom der Solarzelle.

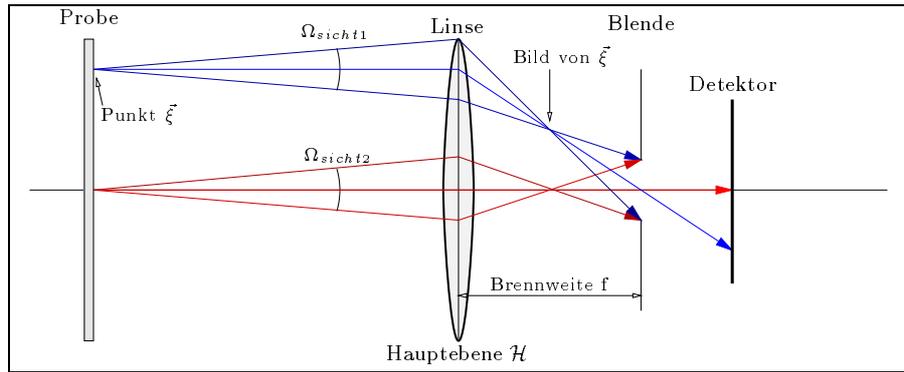


Abbildung 3.8: Photometrische Parameter des Detektors mit Linse

der Linse eine Blende eingefügt, um den Sichtwinkel des Detektors einzustellen und um lokale Peaks der Bestrahlungsstärke auf der Detektorfläche zu verhindern (Abb. 3.8). Wie in Abb. 2.14 (Fall B), Kap. 2.4.5 beschrieben, sind der Durchmesser des einfallenden Strahlenbündels und der Linsendurchmesser auf die Streueigenschaften der Probe abgestimmt, so daß alle, in eine bestimmte Raumrichtung gestreute, Strahlung vom Detektor erfaßt wird. Der Kurzschlußstrom der Solarzelle ist dabei proportional zur einfallenden, gemittelten Strahldichte nach Def. 2.47, mit einem zweiten Proportionalitätsfaktor κ_2 :

$$\mathcal{L}_{\text{mittel}} = \kappa_2 I \quad (3.2)$$

Mit den in Abb. 3.2 skizzierten Meßanordnungen **B** und **C** ist die Relation zwischen der Linsenfläche und der abstrahlenden Probenfläche so, daß die auf die Linse einfallende Strahldichte gleich der von der Probe abgestrahlten ist (siehe Strahlungstransport zwischen nicht-infinitesimalen Flächen, Kap. 2.5.2). Im weiteren ist die Beschreibung der Meßwerterfassung und Modellierung auf die Meßanordnung ohne Linse konzentriert, so daß auf eine detaillierte Analyse des Aufbaus mit Linse verzichtet wird. Fragestellungen vor der Verwendung dieser Meßanordnung sind zum Beispiel die Größe von Ω_{Sicht1} und Ω_{Sicht2} und die Messung der Winkelempfindlichkeit Υ des Detektors.

3.2.5 Messung der einfallenden Bestrahlungsstärke und Bestimmung der *BRTF*

Die Detektor-Meßwerte werden zuerst zweifach korrigiert: Als erstes wird der Nullpunkt des I/U-Wandlers und Multimeters abgezogen. Dazu werden Meßwerte bei geschlossenem Lampen-Verschluß an zwei Detektorpositionen aufgenommen, und diese als Untergrund vom Meßsignal abgezogen. Als zweites müssen die Lampenschwankungen ausgeglichen werden, weshalb die Meßsignale durch den Wert des Lampen-Referenzsensors (Abb. 3.6) geteilt werden.

In Abb. 6.20 sind die "roh" Datenwerte und die korrigierten Werte aufgetragen. Die Lampe schwankt zeitlich in der Größenordnung von Minuten, so daß die Schwankungen als "Riefen" in der grafischen Darstellung des Meßsignal auftreten (\leftrightarrow Beschreibung des Meßablaufs in Kap. 3.2.6), die in Abb. 6.20 (oben) zu sehen sind. Nach Berücksichtigung des Lampen-Referenzsensors sind diese Schwankungen wesentlich kleiner Abb. 6.20 (unten).

Bei der Bestimmung der räumlich gemittelten *BRTF*-Funktion nach Gl. (2.51) und (2.49) mit der sogenannten Absolutmethode ([Sto90]) wird die einfallende Bestrahlungsstärke mit dem Detektor direkt gemessen.⁹ Dazu muß der Detektor über mindestens 7 Größenordnungen linear sein, da die gemessene Strahldichte im einfallenden Strahl wesentlich höher liegt als die Strahldichte diffus streuender Proben.

⁹Die Alternative wäre der Vergleich mit den Meßwerten einer Probe bekannter *BRTF* (relative Methode, u.a. [ANS77]).

Zur Bestimmung der Bestrahlungsstärke \mathcal{E}_{in} der Probenfläche \mathbf{E} wird die Gesamtleistung im einfallenden Strahl am Ort des Detektors bei leerem Probenhalter gemessen.

3.2.5.1 Ohne Linse (Konfiguration A)

Wäre der Strahldurchmesser kleiner als die Detektorfläche, wäre das Detektorsignal direkt proportional der Gesamtleistung, wenn der Strahl ganz auf die Detektorfläche fallen würde (vergl. [Sto90, chapter 6]). In Meßkonfiguration **A** ist der Strahldurchmesser größer als die Detektorfläche, deshalb wird der Strahl mit feiner Winkelaufösung gescannt und die Meßwerte mit der Methode der Voronoi-Zellen aufintegriert: Für kleine Strahldurchmesser wird dabei die Detektorfläche als senkrecht zur Einfallrichtung angesehen. Die Faltung der Meßergebnisse durch die endliche Detektorfläche hat dabei skalierenden Einfluß auf das Ergebnis, d.h. das integrierte Signal Σ ist proportional zur Detektorfläche \mathbf{A}_{Det} und die Leistung im Strahl ist $\Phi_{ref} = \kappa \Sigma / \mathbf{A}_{Det}$. Und damit:

$$\mathcal{E}_{in} = \frac{\Phi_{ref}}{\mathbf{E}} = \frac{\kappa \Sigma}{\mathbf{A}_{Det} \mathbf{E}}$$

Für kleine abstrahlende Probenflächen wird der Kurzschlußstrom I der Solarzelle an der Detektorposition \vec{x}_{out} in die einfallende Strahlleistung Φ_{Det} und in eine mittlere Strahldichte der abstrahlenden Probenfläche umgerechnet (Gl. 3.1):

$$\bar{\mathcal{L}}_{out}(\vec{x}_{out}) = \frac{\Phi}{\Omega_{Det} \cos(\alpha) \mathbf{E}} = \frac{\kappa I(\vec{x}_{out}) r_{out}^2}{\mathbf{A}_{det} \cos(\alpha) \mathbf{E}}$$

Die zu bestimmende mittlere *BRTF*-Funktion ist dann:

$$\overline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{\bar{\mathcal{L}}_{out}(\vec{x}_{out})}{\mathcal{E}_{in}} = \frac{I(\vec{x}_{out}) r_{out}^2}{\cos(\alpha) \Sigma} \quad (3.3)$$

Zur Vollständigkeit sei daraufhin gewiesen, daß die Größe der Detektorfläche \mathbf{A}_{Det} nur deshalb in die *BRTF*-Formel nicht eingeht, weil der Strahlquerschnitt abgetastet wird und deshalb die Messung der einfallenden Bestrahlungsstärke ein zu \mathbf{A}_{Det} proportionales Signal liefert, wie oben erläutert. Eine einzelne Messung mit einem Detektor *größer* als der einfallende Strahldurchmesser würde den Detektorraumwinkel Ω_{Det} benötigen.

3.2.5.2 Mit Linse (Konfiguration B und C)

Die Referenzmessung besteht ebenfalls aus einer Messung ohne Probe, wobei \mathcal{L}_{out} die Winkelverteilung der auf die Probe einfallenden Strahldichte \mathcal{L}_{in} ist. Die Bestrahlungsstärke \mathcal{E}_{in} folgt aus (2.48) mit der oben beschriebenen Voronoizellen-Summation der Meßpunkte.

3.2.5.3 Lösung der Fredholm-Integralgleichung (Konfiguration D)

Der Vollständigkeit halber soll hier die in [Sch93] entwickelte Methode der Meßwert-Korrektur mittels Lösung einer Integralgleichung für das Detektorsignal erwähnt werden: Grundlage hierfür ist die Integration der von der Probe abgestrahlten Strahldichte über die Probenfläche und den vom Detektor eingenommenen Raumwinkel, wie sie Gleichung 2.71 allgemein beschreibt. Dieses Integral wird jetzt speziell für die Detektorgeometrie (siehe Abb. 3.9) geschrieben, wobei wesentlich drei Einsichten verwendet werden:¹⁰

- Die Detektorfläche ist klein im Vergleich zum Abstand zur Probe, deshalb wird das Integral über die Detektorfläche angenähert.
- Die Beleuchtung ist hinreichend nahe am parallelen Idealfall, um eine Integration über die Einfallswinkel zu vernachlässigen.

¹⁰Diese Formeln sind [Sch93] entnommen und hier zum Vergleich mit den anderen Messungen aufgeführt. Thomas Schmidt's Arbeit enthält die Herleitung der geometrischen Beziehungen zwischen Probe und Detektor und einen ausführlichen Vergleich verschiedener Methoden zur Lösung der Integralgleichung.

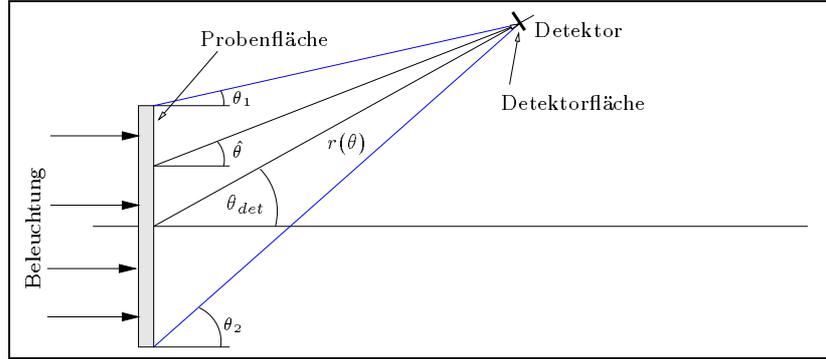


Abbildung 3.9: Zur Integralgleichung des Detektorsignals

- der Ort ξ auf der Probe hängt auf Grund der Apparaturgeometrie mit dem Ausfallswinkel $\hat{\theta}$ zusammen, so daß das Integral über die Probenfläche durch Variablensubstitution als ein Integral über $\hat{\theta}$ geschrieben werden kann.

Die vom Detektor empfangene Leistung Φ ist dann ([Sch93, Gl. 3.28]) im zwei-dimensionalen Fall:

$$\frac{\Phi(\theta)}{\Delta E_{\text{Detektor}}} = \int_{\theta_1(\theta)}^{\theta_2(\theta)} BRTF(\vec{x}_{in}, \hat{\theta}) g(\theta, \hat{\theta}) d\hat{\theta} \quad (3.4)$$

$$g(\theta, \hat{\theta}) = \underbrace{\mathcal{E}_{in}(\xi(\theta, \hat{\theta}))}_{\text{Inhomogene Beleuchtung}} \underbrace{(\gamma_1(\theta, \hat{\theta}) + \gamma_2(\theta, \hat{\theta}))}_{\text{Geometrie Term}}$$

Wobei die *Kernfunktion* $g(\theta, \hat{\theta})$ alle "festen" Terme enthält, die von der *BRTF* unabhängig sind. Gleichung (3.4) ist eine eindimensionale Volterrasche Integralgleichung erster Art, die verwandt ist mit der Fredholm'scher Integralgleichung: Bestimmung von $BRTF(\vec{x}_{in}, \hat{\theta})$ bei bekanntem $\Phi(\theta)$ und bekanntem Kern $g(\theta, \hat{\theta})$.

Die Schwierigkeit liegt darin, ein Lösungsverfahren zu finden, das auch für fehlerbehaftetes $\Phi(\theta)$ noch stabil ist und "glatte" Funktionen $BRTF(\vec{x}_{in}, \hat{\theta})$ liefert. Bei der *Regularisierungsmethode* wird der intuitive Begriff "glatt" mit Erfolg in ein mathematisches Konzept umgesetzt (weitere Literatur dazu findet sich in [Sch93,]).

Da die Materialmodellierung in der weiteren Arbeit ihren Schwerpunkt auf dünne Materialschichten legt, die meistens mit der Meßkonfiguration **A** gemessen werden, wird auf diese Lösung der Integralgleichung hier nicht weiter eingegangen.

3.2.6 Adaptive Winkelauflösung

Viele Materialien (z.B. Wabenstrukturen und Reflektorprofile) streuen Licht in einen kleinen Raumbereich. Abbildung 6.19 zeigt die Streulichtverteilung für TWD Wabenmaterial bei einem Einfallswinkel von $\theta_{in} = 40^\circ$. Um den Lichtring möglichst genau zu vermessen, ist eine feine Winkelauflösung nötig. Die zeitliche Abtastfrequenz des Meßwertaufnehmers (in diesem Fall des Multimeters) ist, da die Meßwertaufnahme bei konstant schwenkendem Detektor stattfindet, der für die Messung beschränkende Faktor, sodaß eine feine Winkelauflösung eine längere Gesamt-Meßzeit bedingt. Die feine Winkelauflösung in Raumwinkelbereichen mit kleinem, nahezu konstantem Meßsignal bringt keine weitere Information.

Um bei guter Winkelauflösung die Meßzeit klein zu halten, wurde eine adaptive Winkelauflösung in das Meßprogramm integriert: Dazu wird die Streulichtverteilung zunächst in einem groben Winkelraster gemessen (pre-scan). Aus den Meßwerten werden Winkelbereiche mit hoher Intensität ermittelt (Abbildung 3.10), und in diesen Bereichen erfolgt eine zweite Messung mit feinerer Winkelauflösung. Der dazu entwickelte Algorithmus erlaubt ein rekursives Verfahren für eine schrittweise Verfeinerung der Winkelauflösung. Die "Triggerschwelle" für die feinere Auflösung ist entweder ein vorher festgelegter Bruchteil des maximalen Meßwerts des pre-scans oder die Ableitung des Meßsignals in der Richtung der Schwenkbewegung. Das Ziel der zweiten Methode ist es, Winkelbereiche feiner zu erfassen, in denen sich das Meßsignal ändert.

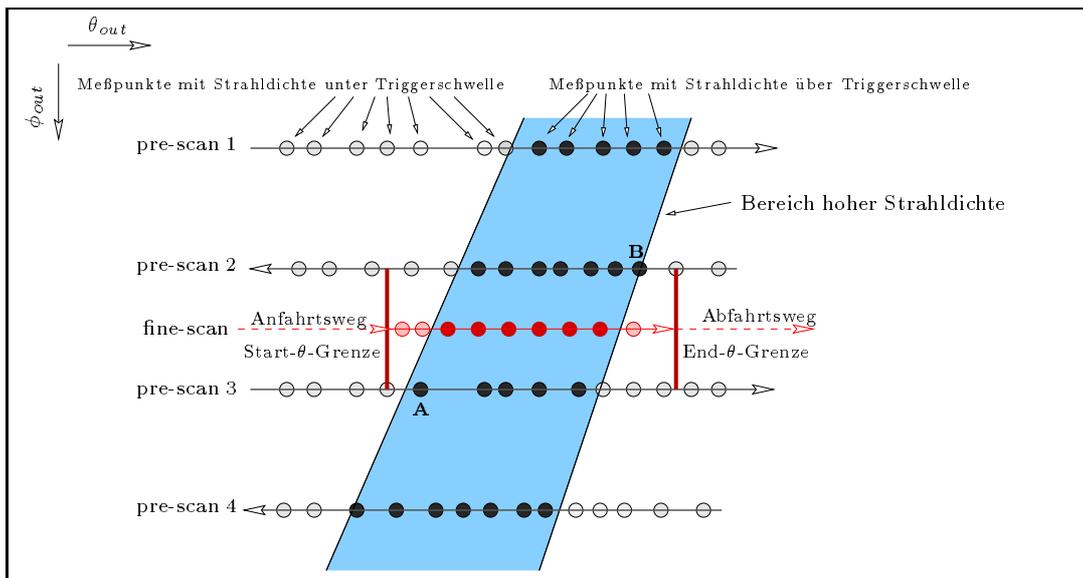


Abbildung 3.10: Zur adaptiven Winkelauflösung

In Abbildung 3.10 ist der Algorithmus dargestellt: Wie weiter oben beschrieben, scannt der Detektor den Bereich der Ausfallswinkel, indem kontinuierlich ein Ausfallswinkel durchlaufen wird, während der zweite Ausfallswinkel schrittweise nach jeder Schwenkbewegung inkrementiert wird. Einen Raumwinkelausschnitt zeigt die Abbildung 3.10, in der die Schwenkbewegungen mit *pre-scan 1* bis *pre-scan 4* bezeichnet sind. Bei jeder Schwenkbewegung wird *on-the-fly* gemessen, und die Meßpunkte liegen nicht notwendigerweise äquidistant. Sind alle *pre-scans* gemessen, wird die Triggerschwelle festgelegt und die Meßpunkte in solche unterhalb der Triggerschwelle und solche oberhalb unterteilt.

Die oberhalb der Triggerschwelle liegenden Meßpunkte sind Folge eines wahrscheinlich stetig durch das Meßgebiet verlaufenden Bereiches hoher Strahldichte (dunkler Streifen in Abb. 3.10), d.h. eine bessere Auflösung wird erreicht, indem zwischen den Meßpunkten weitere sog. *fine scans* erfolgen. Dazu wird für zwei benachbarte *pre-scans* (2 und 3 in Abb. 3.10) die Vereinigungsmenge

der Bereiche mit Meßpunkten oberhalb der Triggerschwelle gebildet: Anfang und Ende des *fine scans* sind als vertikale Balken dargestellt. Diese Grenzen sind so gewählt, daß sie wahrscheinlich knapp außerhalb des Gebiets hoher Strahldichte liegen. In Abb. 3.10 sind die Grenzen jeweils die Meßpunkte, die gerade außerhalb des Bereiches hoher Strahldichte liegen (Punkte **A** und **B** liegen gerade im Bereich). Anschließend wird der Detektor ohne Meßwertaufnahme an den Anfang des *fine scan*-Bereiches gefahren und nimmt bis zum Ende des *fine scan*-Bereiches weitere Meßpunkte auf (siehe auch Abb. 6.19 auf Seite 94).

Sind mehrere benachbarte *fine scan*-Bereiche für den gleichen ϕ -Wert vorhanden, werden diese zur Optimierung der Detektorbewegung zusammengelegt.

Die Implementierung des Algorithmus erlaubt rekursiven Aufruf, d.h. es wäre möglich zwischen *fine scans* weitere *fine-fine scans* zu bestimmen und zu messen. Variabel sind auch die θ -Winkelauflösung der *pre-scans* und *fine scans*, die Anzahl der *fine scans* "Streifen" zwischen zwei *pre-scans* und die Möglichkeit, *fine scans* mit gleichem ϕ -Wert wie *pre-scans* zu messen.

3.3 Statistische Fehler

Die potentiellen Fehler der Meßapparatur sind:

- **Geometrische Misjustierungen** von Detektor, Probenhalterung, Probe in der Probenhalterung und Strahlerzeugung (z.B. Ausrichtung der Linsen). In einer Diplomarbeit ([Har95]) wurde die Genauigkeit der Detektorposition (systematische und statistische Fehler) zu $\pm 0.02^\circ$ bestimmt¹¹, dies ist kleiner als die Auflösung der Meßapparatur, die durch den Öffnungswinkel des einfallenden Lichts (Xenon-Lampe und Linsensystem, $\Delta\theta_{in} \approx 0.5^\circ$) und den Öffnungswinkel des Detektors ($\Delta\theta_{out} \approx 0.5^\circ$) gegeben ist. Fehler durch Misjustierungen können daher vernachlässigt werden.
- Die **Linearität** der Verarbeitung des Meßsignal wurde durch Tests mit variabel absorbierenden Flüssigkeiten in [Har95] verifiziert.
- Das **Signalrauschen** der Lichtquelle, Solarzelle, des Vorverstärker und Meßwerterfassung (A/D-Wandler) wurde exemplarisch durch mehrmaliges Messen einer Aerogelprobe bestimmt, wie folgenden erläutert.

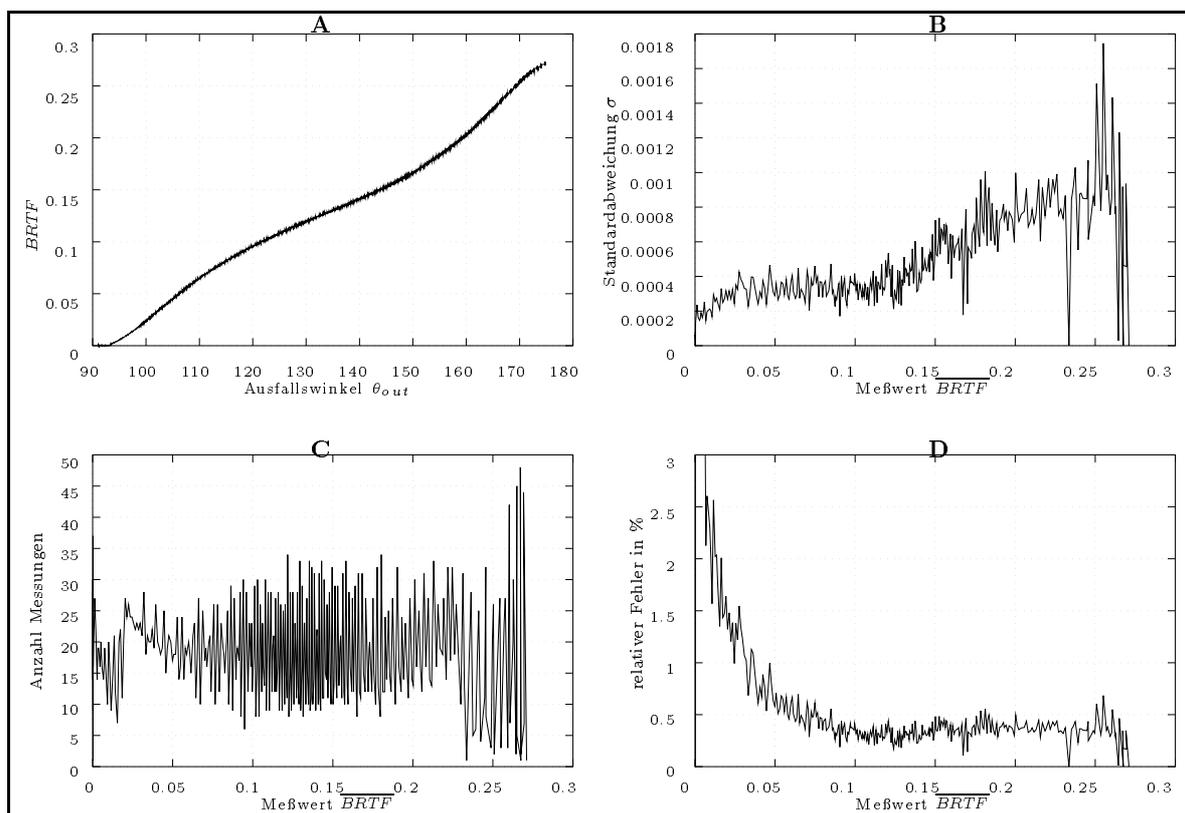


Abbildung 3.11: Bestimmung der statischen Fehler durch 50 Messungen einer Aerogelprobe

In Abb. 3.11 sind die Ergebnisse des statischen Fehlers zusammengestellt: 50 Messungen ergeben, in einem Diagramm aufgetragen, die Kurve 3.11-A. Die Meßwerte liegen dabei im Wertebereich $[0.0 \dots 0.3]$. Zur Bestimmung der Standardabweichung ist zu berücksichtigen, daß die Meß-

¹¹Durch Messung der (leicht berechenbare) Lage der Beugungsmaxima eines Gitters bei $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Lichtquelle für diese Messung war ein 5mW HeNe Laser, der Öffnungswinkel des Detektors wurde durch eine Blende verkleinert.

punkte nicht in allen 50 Messungen an exakt derselben Stelle erfolgen (\leftrightarrow frühere Beschreibung des Meßverfahrens)¹².

Deshalb werden die Messungen in einem Raster von 0.25° zusammengefaßt und jeweils als wiederholte Messungen *eines* Werts angesehen. Die Anzahl der Meßwerte pro Intervall zeigt 3.11-C. Die dadurch berechnete Standardabweichung σ für jedes 0.25° -Intervall ist in 3.11-B aufgetragen. Die Standardabweichung ist für kleine Werte konstant ($\overline{BRTF} < 0.1$), was auf einen vom Meßsignal unabhängigen Rauschanteil schließen läßt. Das derzeitige Meßprogramm schaltet den Meßbereich des I/U-Wandler auf den maximalen Wert in einem *scan* (siehe vorigen Absatz), d.h. die Meßwerte in Abb. 3.11 sind mit *einem* Bereich des I/U-Wandler gemessen. Dies bedingt natürlich eine Meßungenauigkeit für Werte, die klein gegenüber dem Maximum sind. Eine überarbeitete Version des Meßprogramms soll diesen Nachteil vermeiden und σ für kleine Werte damit verkleinern. Der relative Fehler liegt für große Meßwerte unter 0.5% (Abb. 3.11-D).

3.4 Daten-Interpolation und Integration

Die Messungen liefern für einen festen Einfallswinkel Funktionswerte $\overline{BRTF}(\theta_i, \phi_i)$ mit $\theta \in [0, \pi]$ und $\phi \in [0, 2\pi]$. Für die weitere Auswertung sind zwei Probleme zu lösen: (a) Meßwerte an nicht gemessenen (θ, ϕ) Punkten müssen interpoliert werden, zum Beispiel für Simulationsprogramme, die Datenpunkte an äquidistanten (θ, ϕ) Stellen benötigen, und (b) die Funktionswerte müssen numerisch integriert werden, um die direkt-diffuse Gesamttransmission zu berechnen (siehe auch Kap. 3.5).

Wie schon in [AB90, Anhang 1] erwähnt, ist die Interpolation zwischen Datenpunkten, die von zwei Variablen abhängen, nicht eindeutig, da allgemein ein Satz Punkte nicht eindeutig eine Fläche im 3d-Raum definiert. Der Funktionswert an einem zu interpolierenden Punkt ist dabei ein Punkt auf der Fläche im 3d-Raum und daher auch nicht eindeutig definiert¹³. Deshalb werden Zusatzbedingungen an die Fläche aufgestellt, die diese eindeutig festlegen: Die Fläche soll aus einzelnen ebenen Dreiecken bestehen, die bestimmten Anforderungen genügen (*Delaunay-Triangulation*, Übersicht u.A. in [PS85] und [AM91], Details: [Bow81], [McL76], weiterführendes Dreiecks-Verfahren: [Joe91], [DLR90], Interpolation mit Polynom 5. Grades: [Aki78]). Physikalisch heißt dies, daß $BRTF(\theta, \phi)$ zwischen den $BRTF(\theta_i, \phi_i)$ möglichst glatt verläuft.

Damit reduziert sich das Interpolationsproblem auf zwei Schritte: 1. Finde Dreieck in dem der zu interpolierende Punkt liegt, 2. Bestimme Funktionswert durch lineare Interpolation zwischen den 3 Dreieckspunkten.

3.4.1 Delaunay-Triangulation

Eine Triangulation ist allgemein die Konstruktion eines Netzes von nicht-überlappenden Dreiecken, deren Eckpunkte auf einem gegebenen Satz von Punkten liegen (Abb. 3.12). Bei fest vorgegebenen Punkten \vec{x}_i im \mathbb{R}^2 existieren mehrere Triangulationen, von denen genau eine die Eigenschaft der Delaunay-Triangulation erfüllt: Der minimale Winkel zwischen zwei Verbindungslinien der Eckpunkte ist maximal. Für weitere Eigenschaften der Delaunay-Triangulation siehe oben angegebene Literatur.

Auf eine weitere Beschreibung der Dateninterpolation durch Delaunay-Triangulation wird hier verzichtet, da sie nur für Programme anderer Anwender interessant sind, die Datenpunkte im äquidistanten $\theta - \phi$ -Raster benötigen.

¹²Die mehrmalige Messung an *einer* Position ohne Bewegung des Detektors wäre nicht aussagefähig, da potentielle elektrische Störimpulse durch den Motorantrieb nicht mit berücksichtigt werden.

¹³Dies gilt schon für sehr einfache Punktemengen: Gegeben seien vier Punkte mit kartesischen Koordinaten $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(1,0,0)$, $(1,1,1)$, dann lassen sich zwei Flächen durch die Punkte legen: Eine Sattelfläche mit "Kamm" entlang $(0,0,1)$ - $(1,1,1)$ oder ein Tal entlang $(0,1,0)$ - $(1,0,0)$. Es gibt kein a-priori Kriterium eine der beiden Flächen zu bevorzugen, jedoch liefert die Interpolation zwischen den Punkten verschiedene Ergebnisse.

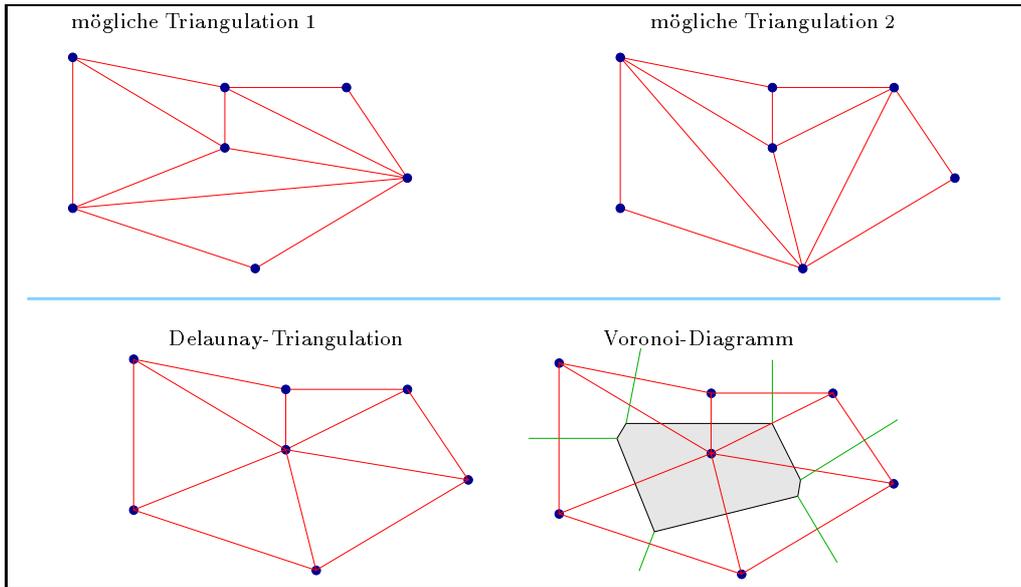


Abbildung 3.12: Zur Delaunay Triangulation und Voronoi-Zellen

3.4.2 Voronoi-Zellen

Die Lösung des Problems, die Funktionswerte $BRTF(\theta_i, \phi_i)$ numerisch zu integrieren, ist eng mit dem Interpolationsproblem verbunden: Die Integration ist die Bestimmung des Volumens unter der Fläche, die durch die Punkte mit den sphärischen Koordinaten $(\theta_i, \phi_i, BRTF_i)$ und die Nebenbedingungen festlegt. Dazu wird Integration nach dem Prinzip der Mittelpunkregel für die Stützpunkte (θ_i, ϕ_i) verwendet.

Für gegebene Punkte \vec{x}_i im \mathbb{R}^n , ist die *Voronoi-Zelle* um einen Punkt \vec{x}_k definiert als die Menge aller Punkte \vec{x} , die, im Sinne einer gegebenen Norm, näher an \vec{x}_k als an allen anderen Punkten liegen:

$$Voronoi(\vec{x}_k) = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n \mid \|\vec{x} - \vec{x}_k\| < \|\vec{x} - \vec{x}_i\|, \forall i \neq k\} \quad (3.5)$$

Das Konzept der Voronoi-Zellen ist u.A. ein Modell für Wachstumsprozesse, die gleichzeitig von bestimmten Punkten aus beginnen: z.B. führt die Beschreibung von Kristallisation auf Voronoi-Zellen im \mathbb{R}^3 ([Wat81]). Delaunay-Triangulation und Voronoi-Zellen hängen in manchen Räumen eng zusammen: Wie in Abb. 3.12 skizziert, ist jeder Seite der Voronoi-Zelle eine Verbindungslinie zweier Punkte zugeordnet, zu der die Voronoi-Zellen-Seite die Mittelsenkrechte ist.

In Abb. 3.13 sind als Beispiel die Meßpunkte und die Voronoi-Zellen¹⁴ für eine Messung dargestellt. In diesem Fall liegen die Punkte \vec{x}_i auf einer Kugeloberfläche, und der Abstand zweier Punkte ist als der kürzere Bogen des durch sie gehenden Großkreises definiert ([Har94]). Da diese Messung noch mit dem ursprünglichen Meßaufbau gemacht wurde, ist nur eine Viertelkugel mit Meßpunkten belegt. Ferner sind die Funktionswerte an den Stellen (θ_i, ϕ_i) in dieser Darstellung nicht eingezeichnet. Die dunkle Kugel innerhalb der Kugel auf denen die Meßpunkte liegen, dient nur der leichteren Erkennbarkeit. Die Linien zwischen den Meßpunkten sind die Grenzen der Voronoi Zellen. Schön zu sehen ist die adaptive Winkelauflösung in Vorwärtsrichtung, die bei diesem stark vorwärtsstreuenden Material auftritt und die sich anpassende Voronoi-Zerlegung.

¹⁴Die Voronoi Zerlegungen in (Abb. 3.12) und in dem Programm *mountain* verwenden das von Seth Teller geschriebene Programmpaket *vregion*, das durch anonymous-ftp von sgi.com erhältlich ist. Die Voronoi-Zerlegung der Kugeloberfläche wurde von Jochen von der Hardt entwickelt und implementiert.

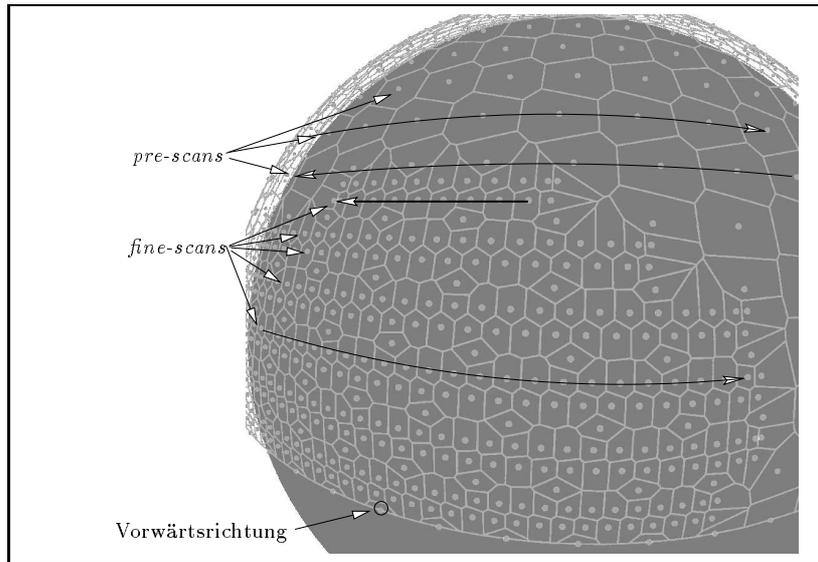


Abbildung 3.13: Beispiel von Meßpunkten und zugeordneten Voronoi-Zellen

3.5 Integration und Vergleich mit Ulbrichtkugel-Messungen

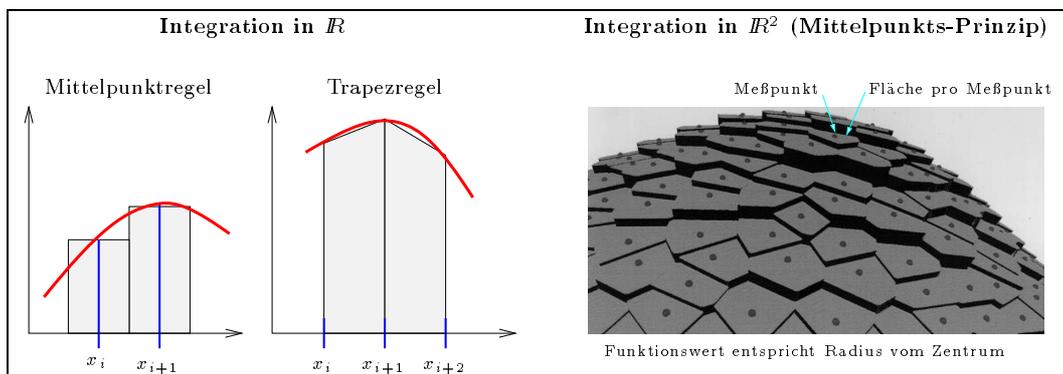


Abbildung 3.14: Integration mit Voronoi-Zellen

Bei einer transparenten Probe wird τ_{dh} mit einer Ulbrichtkugel bestimmt. Es liegt nahe, das mit der Voronoi-Integration bestimmte τ_{dh} mit den Ulbrichtkugelmessungen zu vergleichen.

Durch die Goniophotometermessungen gegeben sind die Werte $BRTF(\vec{x}_{in}, \vec{x}_i)$ für festes \vec{x}_{in} und $i \in [0 \dots N]$. Die Flächen der Voronoi-Zellen auf der Kugeloberfläche definieren jeweils einen Raumwinkel Ψ_i um den Meßpunkt \vec{x}_i herum, mit $\sum_i \Psi_i = 2\pi$. Dann folgt aus Definition (2.59), daß τ_{dh} berechenbar ist durch numerische Integration:

$$\tau_{dh}(\vec{x}_{in}) \approx \sum_i \overline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_i) \cos(\alpha_i) \Psi_i \tag{3.6}$$

Wie in Abb. 3.14 dargestellt, entspricht diese Summe der üblichen, einfachsten Art der Integration durch die Mittelpunktsregel [Sch88, Kap. 8]. Der Fehler dieser Methode ist in diesem Fall verkleinert mittels adaptive Wahl der Stützstellen (sog. adaptive Quadratur) durch die adaptive Winkelaufrasterung (siehe Kap. 3.2.6 und [Har95]). Der nächste Schritt wäre die Integration

mit der \mathbb{R}^2 -Version der Trapezregel. Dazu würde die Summe in (3.6) durch eine Summe über dreieckförmige Raumwinkelelemente, die Delaunay-Triangulierung, ersetzt. Dies ist Gegenstand weiterer Entwicklung.

Aus der Standardabweichung σ_i jedes \overline{BRTF} Meßwerts folgt für den Fehler von τ_{dh} :

$$\sigma_{\tau_{dh}}^2 = \sum_i \{\cos(\alpha_i) \Psi_i\}^2 \sigma_i^2$$

wird σ_i als konstant mit σ abgeschätzt (\hookrightarrow Kap. 3.3) folgt:

$$\sigma_{\tau_{dh}} < \sigma \sqrt{\sum_i \{\cos(\alpha_i) \Psi_i\}^2} \quad (3.7)$$

Vergleiche zwischen den numerisch aufintegrierten Werten und Messungen mit Ulbricht-Kugeln sind in Abb. 6.17 (Kap. 6.1.5) gegeben.

Kapitel 4

Raytracing optischer Systeme zur $BRTF$ -Berechnung

Außer durch Messung läßt sich die $BRTF$ für einige Materialklassen auch numerisch berechnen, was für die gezielte Entwicklung neuer optischer Elemente grundlegend ist. Im folgenden wird die $BRTF$ Berechnung durch sog. *raytracing* entwickelt.

4.1 Raytracing

Einfache optische Elemente (Spiegel, Prismen, Linsen usw.) lassen sich zu komplexeren optischen Systemen (Objektive, Lichtlenkelemente usw.) zusammensetzen. Wie in Abb. 4.1 skizziert, läßt sich das System als "black box" mit Eingangs- und Ausgangsfläche beschreiben, dessen optische Charakterisierung durch die über die Flächen gemittelte $BRTF$ erfolgt (\leftrightarrow Kap. 2.4.5). Diese $BRTF$ hängt von den internen Elementen des Systems ab, und ist meist einer analytischen Beschreibung nicht zugänglich, obwohl die optischen Eigenschaften der einzelnen Elemente bekannt sind.

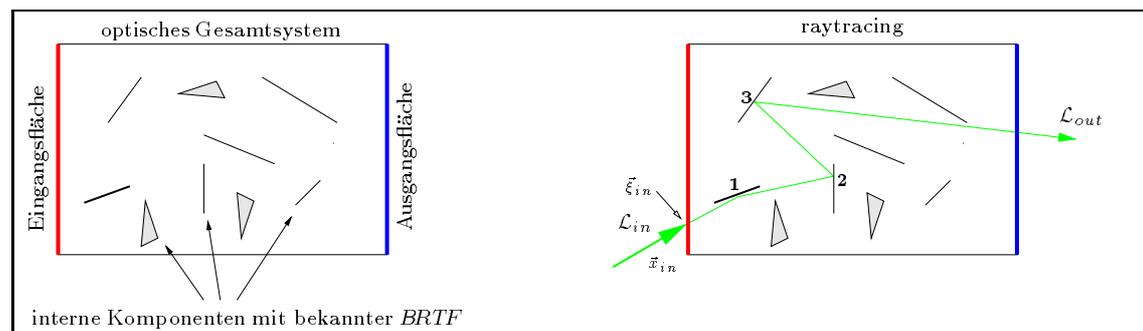


Abbildung 4.1: Grundidee des raytracing Verfahrens

Die Form der $BRTF_{El}$ der einzelnen Elemente bestimmt den Weg der meist numerischen Berechnung der $BRTF_{Sys}$ des Systems: Für "glatte" $BRTF_{El}$ und homogen verteilte Elemente (z.B. Streuzentren im Aerogel) bieten sich n-Kanal Berechnungen an (\leftrightarrow Kap. 2.1.3.4). Handelt es sich jedoch um diskrete Elemente mit δ -förmiger $BRTF_{El}$ (Spiegel und Brechungsflächen in Linsensystemen, Lichtlenkprofilen), wird *raytracing* verwendet (u.A. [Sch93, Anhang C]).

Klassisches Raytracing (sog. *forward raytracing*) basiert auf zwei Grundlagen: Dem Strahlungstransport zwischen zwei Flächen im passiven Raum (Kap. 2.5) und der $BRTF$ für ideal spiegelnde oder brechende Medien (Kap. 2.4.4). Startpunkt des raytracing ist eine einfallende Strahldichte

$\mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}, \vec{\xi}_{in})$ auf der Einfallfläche, die nur für *einen* Punkt $\vec{\xi}_{in}$ und *eine* Richtung \vec{x}_{in} ungleich Null ist. Für diese Bedingungen wird numerisch die ausfallende Strahldichte bestimmt:

Die durch \vec{x}_{in} und $\vec{\xi}_{in}$ vorgegebene Gerade trifft auf das erste Element ("1" in Abb. 4.1) und die dortige Einfallstrahldichte ist somit (non-participating media) \mathcal{L}_{in} . Nach Kap. 2.4.4 gilt für Fläche "1" (Spiegel):

$$\mathcal{L}_{out} = R_{Spiegel}(\alpha_{in}) \mathcal{L}_{in} \quad (4.1)$$

Da für "1" die einfallende Strahlrichtung nur in einer Richtung ungleich Null ist, ist die Strahldichte nach Reflexion an "1" auch nur in *einer* ausfallenden Raumrichtung ungleich Null. Der Algorithmus wiederholt sich analog für die weiteren Flächen, bis der Strahlverlauf die Ausgangsfläche trifft und das System in Richtung \vec{x}_{out} mit einer Strahldichte \mathcal{L}_{out} verläßt.

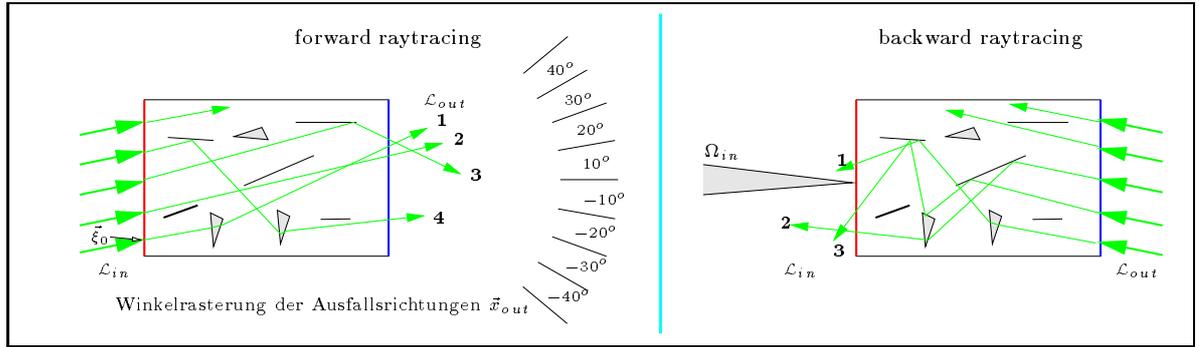


Abbildung 4.2: Die beiden raytracing Methoden

Dies wird für mehrere Auftreffpunkte $\vec{\xi}_{in}$ wiederholt, und die ausfallende Strahldichte in einem Raster für \vec{x}_{out} aufsummiert (Abb. 4.2). Die diskrete Unterteilung der Ausfallrichtung ist notwendig, da (a) auf Grund der Rechengenauigkeit Schwankungen in \vec{x}_{out} auftreten und (b) nur endlich viele Auftreffpunkte $\vec{\xi}_{in}$ getestet werden können. In Abb. 4.2 (Grafik in der linken Hälfte) trifft z.B. Strahl "4" in das 10°-Raster. Für 3d-raytracing-Programme sind entsprechend beide Ausfallswinkel gerastert.

Die $BRTF_{Sys}$ ergibt sich für \vec{x}_{in} und eine diskrete Richtung \vec{x}_{out} aus der Definition (2.68):

$$\overline{BRTF}_{Sys} = \frac{\Sigma \mathcal{L}_{out}}{\mathcal{E}_{in}} \quad (4.2)$$

wobei sich \mathcal{E}_{in} aus der einfallenden Strahldichte ergibt und $\Sigma \mathcal{L}_{out}$ die in jedem \vec{x}_{out} -Intervall "angesammelte" mittlere Strahldichte ist. Diese $BRTF$ impliziert eine Mittelung über die Fläche und eine Mittelung über die Ausfallswinkel¹. Wie bei realen Messungen auch, ist mit dieser Methode nur der Mittelwert "meßbar".

Da der Strahlverlauf umkehrbar ist, kann ebenso gut die andere Richtung verfolgt werden, d.h. es wird eine Ausfallrichtung vorgegeben und der Strahlverlauf verfolgt, bis er auf die Eintrittsfläche trifft (*backward raytracing*, Abb. 4.2). Dabei ergibt sich die ausfallende Strahldichte ebenfalls aus dem Produkt der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten und der einfallende Strahldichte. Zur Bestimmung der $BRTF$ werden Strahlen über die Ausfallfläche verteilt und für die einfallenden Strahldichte wird ein Raumwinkel Ω_{in} (d.h. eine Diskretisierung der Einfallswinkel) angenommen. In Abb. 4.2 (Grafik in der rechten Hälfte) trifft z.B. Strahl "2" in den Raumwinkel Ω_{in} , während die Strahlen "1" und "3" diesen verfehlen². Diese $BRTF$ impliziert eine Mittelung über die Fläche

¹Die einfallende Strahlung ist hierbei ideal parallel.

²Abhängig von der Implementierung des Algorithmus hat dies Einfluß auf den "Wirkungsgrad" des raytracing: Strahlen die die Quelle verfehlen, tragen keine Information zur $BRTF$ bei. Eine RADIANCE Implementation des Algorithmus, die diesen Nachteil vermeidet ist angedacht, wird aber hier nicht beschrieben.

und eine Mittelung über die Einfallswinkel.

$$\overline{BRTF}_{Sys} = \frac{\Sigma \mathcal{L}_{out}}{\mathcal{E}_{in}} \quad (4.3)$$

Wobei $\Sigma \mathcal{L}_{out}$ die Summe aller losgesandten Strahlen ist. Die Wahl, ob ein Problem mit Backward- oder Forward-Raytracing berechnet wird, ist eine Frage der Optimierung der Rechenzeit und richtet sich nach der jeweiligen Problemstellung.

4.2 Raytracing mit RADIANCE und Beispiel

RADIANCE ist ein Programmpaket zur Berechnung der Lichtverteilung in Innenräumen und wurde am Lawrence Berkeley Laboratory von Greg Ward entwickelt. Seit der ersten Version 1989, die für Kunstlichtbeleuchtung zugeschnitten war, wurde es kontinuierlich weiter entwickelt, ermöglicht Tageslichtsimulationen und ist heute eines der wenigen Raytracingprogramme, die auf physikalisch validierten Algorithmen und Modellen beruhen.

Im folgenden wird RADIANCE zuerst an Hand eines einfachen Beispiels überprüft: Zur Kontrolle wird im optischen Gesamtsystem, das hierbei aus einer plankonvexen Linse besteht, zuerst ein geometrische Strahlverlauf, dann die Strahldichte-Änderung an den Grenzflächen (Fresnel-Formeln) verifiziert [Mei94] und danach die neue Pixelsumationen hergeleitet und schließlich die Strahlverteilung hinter einer Linse berechnet.

Die Geometrie wird mit RADIANCE's Spielart des *Constructive Solid Geometry* (CSG) Prinzips eingegeben³, ein Verfahren der Computergrafik, um kompliziert berandete Volumina durch boolesche Operationen ("and", "or" usw.) von einfachen Volumen (Kugel, Quader, Zylinder usw.) anzugeben [MT87, Seite 53 ff]. Eine durchbohrte Kugel würde z.B. als "Kugel *und nicht* Zylinder" spezifiziert. Die verwendete Halbkugel wird als "Kugel *und nicht* Quader" angegeben, wobei der Quader die Kugel halb überdeckt.⁴

4.2.1 Geometrischer Strahlverlauf und Fresnelformeln

Das Beispiel des Gesamtsystems ist eine Glas-Halbkugel (plankonvexe Linse) mit Radius r , Brechungsindex n_2 und Absorption⁵ a in einem Medium mit Brechungsindex n_1 . Abbildung 4.3 zeigt die Aufsicht: In diesem Fall besteht die Geometrie aus einer Vollkugel "minus" einem Quader, der die Hälfte der Kugel abschneidet. Die plane Seite wird mit konstanter Strahldichte \mathcal{L}_{in} beschienen. Das Licht kommt dabei aus einem kegelförmigen Raumwinkel Ω_{in} mit einer Achse senkrecht zur planen Fläche. Auf der konvexen Seite befindet sich der Punkt \vec{P} in einem Abstand R , die Verbindungslinie zu \vec{P} schließt mit der Symmetrieachse den Winkel α ein.

Zur Kontrolle soll berechnet werden, was ein Beobachter an \vec{P} sieht, wenn er in Richtung der Kugel schaut: Offensichtlich gibt es für nicht zu große α einen Strahlenverlauf wie dargestellt, d.h. ein achsparalleler Strahl wird an der Kugeloberfläche so gebrochen, daß er in \vec{P} ankommt.

Von \vec{P} aus gesehen ist die Kugeloberfläche am Austrittspunkt \vec{A} des Strahls hell. Dies gilt für alle Austrittspunkte, deren dazugehörige Eintrittsstrahlen aus dem Raumwinkel Ω_{in} kommen. Diese Punkte bilden um \vec{A} scheinbar eine helle Fläche auf der Kugeloberfläche, deren genaue Form vom Betrachterstandpunkt und von der Projektionsformel abhängt.

Analytisch läßt sich die Position von \vec{A} einfach bestimmen, indem der punktiert angedeutete Strahlengang berechnet wird. Dies führt mit $\tilde{n} := \frac{n_1}{n_2}$ und dem Snellius'schen Brechungsgesetz auf:

$$\alpha = \arcsin(\tilde{n}^{-1} \sin(\beta)) - \arcsin\left(\tilde{n}^{-1} \frac{r}{R} \sin(\beta)\right) - \beta \quad (4.4)$$

Zum Vergleich des analytisch gefundenen β Werts mit der RADIANCE-Simulation wird auf der

³"sphere" und "antimatter"

⁴CSG ist ein außerordentlich einfaches und mächtiges Verfahren zur Definition komplexer Objekte. Der geneigte Leser sei auf das Programm *rayshade* verwiesen, welches CSG weit besser als RADIANCE verwendet, aber als klassisches Raytracing Programm nicht physikalisch richtig rechnet.

⁵Abschwächung pro Längeneinheit, kompatibel zur RADIANCE Definition im Material "dielectric".

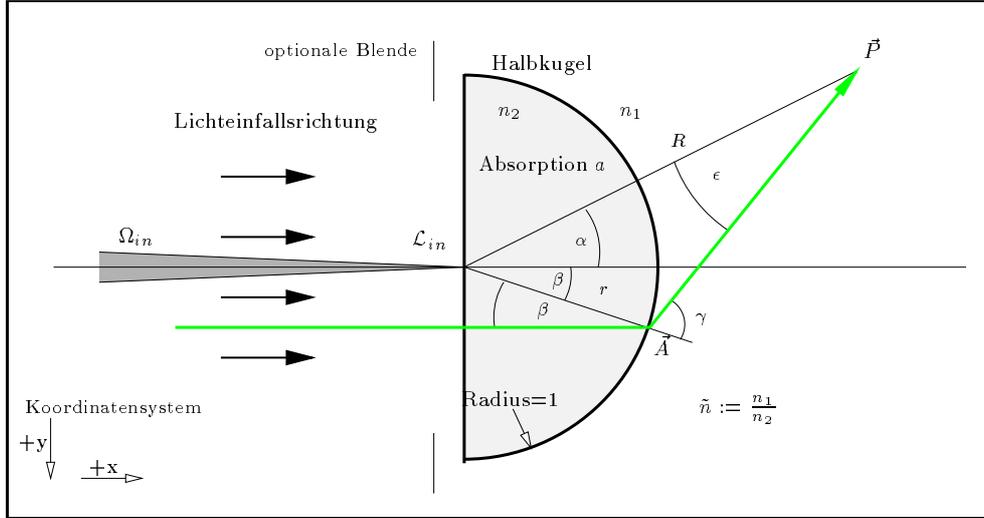


Abbildung 4.3: Zum geometrischen Strahlverlauf in der Glashalbkugel

Oberfläche der Kugel ein θ - ϕ -Netz aufgebracht, indem an den Gitterstellen das Glas der Kugel durch eine Mischung aus 99% Glas und 1% weißem Plastik ersetzt wird⁶. In Abbildung 4.4 ist die Sicht auf die Kugeloberfläche für $\alpha = 3.4^\circ$ wiedergegeben. Der Punkt \vec{A} liegt in Übereinstimmung mit der analytischen Lösung bei $\beta = 15^\circ$, der geometrische Strahlverlauf ist demnach richtig berechnet. Entsprechende Tests mit anderen Detektorentfernungen (z.B. unendlich entfernter Detektor mit RADIANCE Option "-vtl") ergeben konsistente Übereinstimmung des geometrischen Strahlverlaufs.

Nächster Schritt ist die Prüfung des Verhältnisses der Strahldichte vom Punkt \vec{P} in Richtung \vec{A} zur einfallenden Strahldichte. Dies ist gegeben durch die Fresnelformeln für Lichttransmission an der planen und konvexen Glasfläche. In Falle der Glashalbkugel ergibt sich durch die Grenzübergänge $n_1 \rightarrow n_2$ (plane Grenzfläche, Einfallswinkel=0), und $n_2 \rightarrow n_1$ (konvexe Fläche), sowie die Absorption längs des Weges $r \cos(\beta)$ folgende Gesamt-Transmission:

$$T_{n_2 \rightarrow n_1}(\beta, n) = 0.5 \frac{\sqrt{\tilde{n}^2 - \sin^2(\beta)}}{\cos(\beta)} (\tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2)$$

$$T_{gesamt}(\beta) = T_{n_1 \rightarrow n_2}(0, \tilde{n}^{-1}) T_{n_2 \rightarrow n_1}(\beta, \tilde{n}) e^{\cos(\beta) \lg(a)} \quad (4.5)$$

Dabei sind Mehrfachreflexionen innerhalb der Halbkugel *nicht* berücksichtigt. RADIANCE berechnet diese normalerweise mit, kann aber zum Vergleich mit der analytischen Lösung die Reflexionen an den Grenzflächen ignorieren (Option "-lr"). Die analytische Funktion $T_{gesamt}(\beta)$ und die mit RADIANCE⁷ bestimmten Werte sind in Abb. 4.5 aufgetragen. Die Übereinstimmung validiert die Verwendung von RADIANCE in mehreren Punkten:

- Die Modellierung von Brechung, Absorption und Strahldichten ist physikalisch richtig.
- Die CSG-Variante von RADIANCE arbeitet mit diesen Medien ebenfalls richtig.
- Der Anwender versteht RADIANCE richtig.

⁶Das RADIANCE "mixfunc" Material bietet seit Version 2.4 diese Möglichkeit (auf Vorschlag des Autors). Die Gitterlinien auf der Kugel haben keinen Einfluß auf das hier verwendete weitere physikalische Ergebnis, da RADIANCE drei Farbkanäle parallel berechnet, die Gitterlinien zwei benutzen und die physikalischen Berechnungen über den dritten Kanal erfolgt.

⁷Hierfür wurde das Programm "rtrace" benutzt, um die Strahldichte von \vec{P} in Richtung \vec{A} auszurechnen.

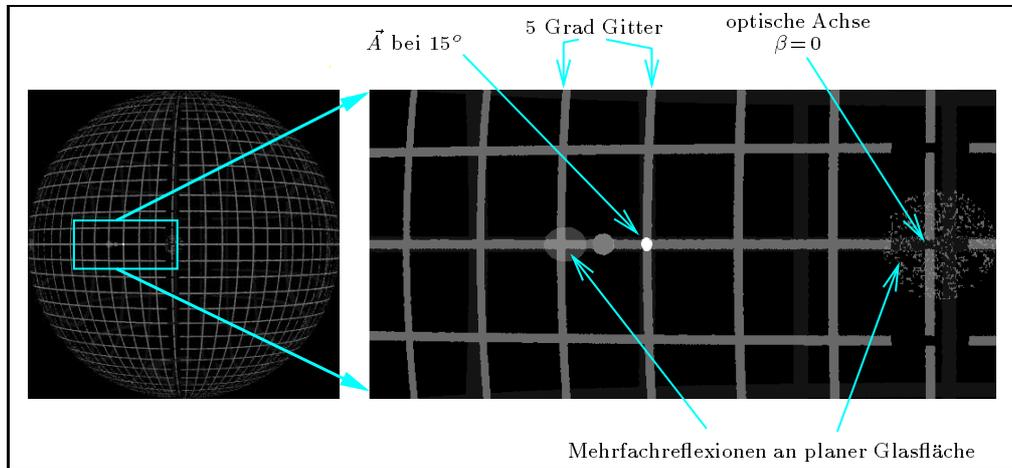


Abbildung 4.4: RADIANCE Bild der Halbkugel für $\bar{\omega} = R/r$

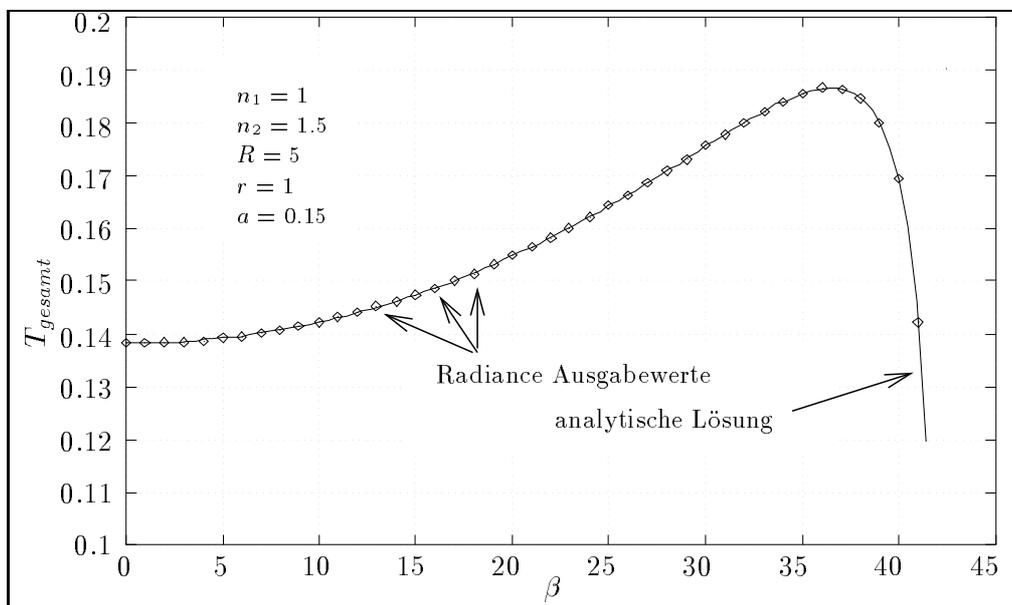


Abbildung 4.5: Strahldichte an \vec{P} in Richtung \vec{A} , theoretische Kurve und RADIANCE Meßpunkte

4.3 Quadratur durch Pixelsummation

Im folgenden wird die Bestimmung der Bestrahlungsstärke und der *BRTF* mit Raytracing vorgeschlagen. Soweit bekannt, ist es das erste Mal, daß *RADIANCE* für diese Problemstellung verwendet wird.⁸ Die Idee liegt in der Einsicht, daß ein *RADIANCE*-Bild ein zweidimensionales Feld der einfallenden Strahldichtevertelung ist. Jedes Pixel⁹ repräsentiert eine Raumrichtung und die Strahldichte in dieser Raumrichtung ist der Wert des Pixels, wobei der Zusammenhang zwischen Pixelposition und Raumrichtung durch die sog. Projektionsformel des Bilds gegeben ist.

Für ein normalerweise rechteckiges Bild mit normalerweise quadratischen Pixeln ist die Pixelposition durch einen Index (n, m) gegeben, wobei $n \in [1..N]$ und $m \in [1..M]$. Zusätzlich seien kartesische Bild-Koordinaten $x := \frac{2-2n}{1-N} - 1$ und $y := \frac{2-2m}{1-M} - 1$ eingeführt. Die Projektionsformel des Bilds ist eine stetige Abbildung, die jedem Pixel eine Raumrichtung \vec{x} als (θ, ϕ) und einen Punkt $\vec{\xi}$ zuordnet. Dies sind Orientierung und Position des Flächenelements für das die Strahldichte berechnet wird.

$$\theta = \theta(x, y), \quad \phi = \phi(x, y), \quad \vec{\xi} = \vec{\xi}(x, y) \quad (4.6)$$

Für die sogenannte *Zentral-Projektionen* ist $\vec{\xi}$ konstant, für *Parallel-Projektion* sind (θ, ϕ) konstant und $\vec{\xi}$ liegt für alle Pixel in einer Ebene.

4.3.1 Integration der Bestrahlungsstärke

Die Berechnung der Bestrahlungsstärke an \vec{P} ist möglich, indem mit Zentral-Projektion $\vec{\xi} = \vec{P}$ ein Bild berechnet wird, das alle Raumrichtungen erfaßt, aus denen Licht auf ein Flächenelement $d\mathbf{A}$ an \vec{P} treffen kann.

Nach (2.38) gilt für die Bestrahlungsstärke eines Flächenelements $d\mathbf{A}$ mit Strahlung aus einem Raumwinkel $\Delta\Omega$:

$$\mathcal{E} = \int_{\vec{x}}^{\Delta\Omega} \mathcal{L}(\vec{x}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega$$

Dies entspricht dem Meßsignal eines isotropen Detektors mit winkelabhängiger Empfindlichkeit (Gl. 2.42) $\Upsilon = \text{const.}$ In einem Koordinatensystem (θ, ϕ) mit der $(\theta = 0^\circ)$ -Achse entlang der Flächennormale von $d\mathbf{A}$ gilt:

$$\mathcal{E} = \iint_{\theta, \phi}^{\Delta\Omega} \mathcal{L}(\theta, \phi) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (4.7)$$

Gegeben sei eine Zentral-Projektion $\theta = \theta(x, y)$, $\phi = \phi(x, y)$ und das Bild decke den Raumwinkel $\Delta\Omega$ ab, so daß eine Koordinatentransformation von (4.7) ergibt:

$$\mathcal{E} = \iint_{x, y}^{\text{Bild}} \underbrace{\mathcal{L}_{\text{Pixel}}(x, y) \cos(\theta(x, y)) \sin(\theta(x, y))}_{\text{Gewichtsfaktor an der Stelle } (x, y)} \begin{vmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{vmatrix} dx dy$$

$\mathcal{L}_{\text{Pixel}} = \mathcal{L}(\theta(x, y), \phi(x, y))$ wird durch das Programm an diskreten Punkten (x_n, y_n) , den Pixeln des Bildes, berechnet. Die Schrittgrößen seien $\Delta x = x_{n+1} - x_n$ und $\Delta y = y_{n+1} - y_n$. Dann ist die gesamte Bestrahlungsstärke die Summe der Bestrahlungsstärken auf Grund der Strahldichte eines Pixels:

$$\mathcal{E} \approx \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \mathcal{E}_{\text{Pixel}}(x_n, y_m)$$

⁸Diese Methode verwendet *RADIANCE* allerdings zu etwas, wofür es eigentlich nicht gedacht ist. Your mileage may vary. Diese Berechnung der Bestrahlungsstärke hat nichts mit den Optionen "-I" und "-i" zu tun.

⁹Pixel= in der Computergrafik das kleinste Element eines Bildes.

und die Bestrahlungsstärke pro Pixel ist:

$$\mathcal{E}_{Pixel}(x_n, y_m) = \mathcal{L}_{Pixel}(x_n, y_m) \underbrace{\int_{y_m - \frac{\Delta y}{2}}^{y_m + \frac{\Delta y}{2}} \int_{x_n - \frac{\Delta x}{2}}^{x_n + \frac{\Delta x}{2}} \cos(\theta(x, y)) \sin(\theta(x, y)) \begin{vmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{vmatrix} dx dy}_{\text{mit } \cos \text{ gewichteter Raumwinkel, der einem Pixel zugeordnet ist}} \quad (4.8)$$

Wie in allen Fällen, in denen ein Integral durch eine Summe angenähert wird, entsteht ein Fehler durch die Annahme, der Integrand sei auf einem kleinen Intervall konstant. In diesem Fall wird angenommen, daß $\mathcal{L}_{Pixel}(x_n, y_m)$ konstant ist in dem durch das Integral definierten Raumwinkel. D.h. Schwankungen von \mathcal{L} zwischen zwei Pixeln bleiben unberücksichtigt. Dieses ist das übliche Problem, wenn eine kontinuierliche Funktionen mit fester Frequenz abgetastet wird (Nyquist-Theorem, *aliasing*).

Zur Lösung dieses Problems in der Computer-Grafik siehe [MT87, Kap. 8], in dem auch der interessante Ansatz des sogenannten *cone tracing* beschreiben ist. Cone tracing verfolgt nicht einen einzelnen Strahl, sondern ein pyramidenförmiger Trichter, dessen Spitze im Augenpunkt liegt und dessen 4 Seiten den Integrationsgrenzen in (4.8) $y_m \pm \frac{\Delta y}{2}$, $x_m \pm \frac{\Delta x}{2}$ entsprechen ([MT87, Seite 206ff]). Im folgenden wird die Näherung von (4.8) weiter verwendet.

Die Summation wird erheblich einfacher, wenn das Integral (4.8) unabhängig von (x_n, y_n) ist. Dies ist durch geschickte Wahl der Projektionsformel möglich: die folgende liefert einen konstanten Integranden mit Wert 1:

$$\theta(x, y) = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \phi(x, y) = \arctan(y/x) \quad (4.9)$$

In RADIANCE heißt diese Projektion *hemispherical fisheye* (Option -vth)¹⁰. Die Summe ist dann mit den Parametern eines RADIANCE-Bildes, die als Skalierung des (x, y) Koordinatensystems eingehen, gegeben als:

$$\mathcal{E} \approx \frac{2 \sin(\frac{\alpha_x}{2}) 2 \sin(\frac{\alpha_y}{2})}{M N} \sum_n^N \sum_m^M \mathcal{L}_{Pixel}(n, m) \quad (4.10)$$

wobei N, M die Anzahl der Pixel und $\alpha_{x,y}$ die Sichtwinkel in x, y Richtung sind.¹¹

4.3.2 Integration der Strahldichte

Wie in Kap. 2.3.4 (Seite 22) eingeführt, kann die Strahldichte \mathcal{L} über eine Empfangsfläche \mathbf{A} für eine feste Raumrichtung gemittelt werden, indem über die Fläche integriert wird (das entspricht dem Meßsignal eines ideal winkelselektiver Detektors). Für diese Quadratur wird ein RADIANCE Bild mit Parallel-Projektion verwendet: Die einzelnen Pixelwerte $\mathcal{L}_{Pixel}(x, y)$ sind die Strahldichte aus einer vorgegebenen und konstanten Richtung \vec{x} an einem Flächenpunkt $\vec{\xi}$, dessen Koordinaten (ξ_x, ξ_y) linear von x und y abhängen:

$$\xi_x = \frac{X}{2}x, \quad \xi_y = \frac{Y}{2}y$$

dabei sind X, Y die Dimension¹² des Bildes in x-y-Richtung. Dann läßt sich das Flächenintegral

$$\mathcal{L}^*(\vec{x}) := \iint_{\vec{\xi}}^{\mathbf{A}} \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{\xi}) d\mathbf{A} \quad (4.11)$$

¹⁰Für eine *lineare* Fisheye-Projektion (Option -vta) ↪ Anhang E

¹¹Der gleiche Ausdruck in RADIANCE Variablen gemäß dem File "common/image.c": $\frac{\sqrt{hn2} \sqrt{vn2}}{hres \ vres}$ mit $hn2, vn2$ wie in der subroutine "viewray".

In der Praxis wird die Summation durch ein eigenes Programm ("ra_sum") erledigt, da dies zuverlässiger und schneller ist als vorhandene Programme für diese etwas untypische Aufgabe zu "verbiegen".

¹²In Einheiten des "Weltkoordinatensystems", in dem die 3d-Geometrie angegeben ist.

mit $d\mathbf{A} = dx dy$ und $dx = X/N$, sowie $dy = Y/M$ schreiben als:¹³

$$\mathcal{L}^*(\vec{x}) \approx \sum_n^N \sum_m^M \mathcal{L}_{Pixel}(n, m) \frac{XY}{NM} \quad (4.12)$$

4.4 Berechnung einer *BRTF* mit RADIANCE

Das im vorigen Kapitel definierte Integral der Strahldichte erlaubt die Berechnung der *BRTF* optischer Systeme mit RADIANCE, wobei die Definition der gemittelten *BRTF* (2.68) verwendet wird. Abbildung 4.6 zeigt die Meßanordnung der RADIANCE-Simulation zur Bestimmung der *BRTF* der

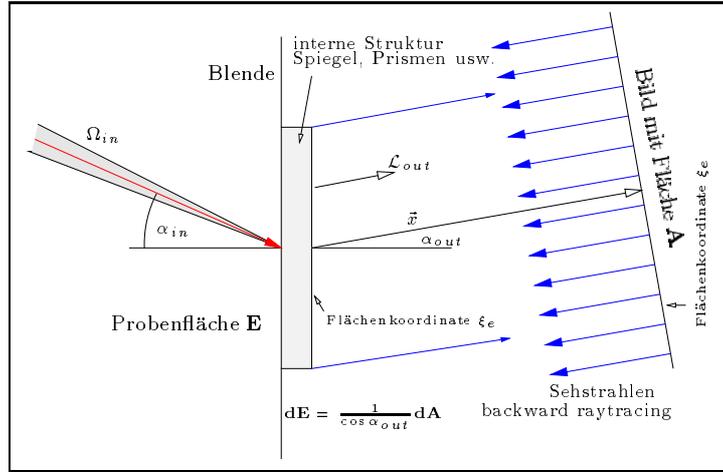


Abbildung 4.6: *BRTF* Berechnung mit RADIANCE

Fläche **A**. Die Probe bestehe intern aus RADIANCE-modellierbaren Elementen, und die Lichtstreuung soll als *BRTF* der Probe beschrieben werden. Dazu wird die Probe mit isotropem Licht aus einem kleinen Raumwinkelelement Ω_{in} beschienen, wobei die Bestrahlungsstärke \mathcal{E}_{in} als

$$\mathcal{E}_{in} = \mathcal{L}_{in} \cos \alpha_{in} \Delta\Omega_{in}$$

gegeben ist. Aliasing-Effekte begrenzen die minimale Größe von Ω_{in} , und das Ergebnis ist eine Mittelung der *BRTF* über Ω_{in} .

Wie in Kap. 2.4.5 (Seite 28) beschrieben, muß der Detektor alles Licht, das die Probe nach der Streuung verläßt, erfassen. Dazu wird mit der RADIANCE-Projektion *parallel projection* eine Bildfläche (d.h. Detektorfläche) definiert, deren Ausdehnung groß genug ist, um die gesamte Probenfläche zu erfassen. Die Pixel der Bildfläche, die am Detektor "vorbei sehen", treffen auf eine Blende, die somit verhindert, daß Licht direkt von der Quelle auf den Detektor fällt. Die Größe der Bildfläche **A** ist unerheblich, da sie in der Berechnung des Strahldichte-Integrals berücksichtigt wird: Die *BRTF* ist von **A** unabhängig, solange **A** groß genug ist, um alles Licht zu erfassen.¹⁴ In Formeln ausgedrückt folgt mit (2.68) für die gemittelte *BRTF*:

$$\overline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{\bar{\mathcal{L}}_{out}}{\mathcal{E}_{in}} = \frac{1}{\mathcal{E}_{in}} \frac{1}{\mathbf{E}} \int_{\vec{\xi}_e}^{\mathbf{E}} \mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}, \vec{\xi}_e) d\mathbf{E}$$

¹³In RADIANCE Variablen ist die Normierung die gleiche wie die Summation zur Bestimmung der Bestrahlungsstärke.

¹⁴Der integrierte Wert der Strahldichte \mathcal{L}^* ist *nicht* die auf **A** treffende Bestrahlungsstärke, und daher ist der Raumwinkel, den **A** einnimmt, auch nicht relevant. Der hier simulierte Detektor entspricht einer idealen Linsen-Detektor-Anordnung, wie sie in Kap. 2.6.1 (Seite 32) beschrieben ist.

Mit $d\mathbf{E} = \cos^{-1} \alpha_{out} d\mathbf{A}$ kann dieses Integral durch ein Integral über die Fläche \mathbf{A} ersetzt werden, wenn $\mathbf{A} \geq \mathbf{E}$ ist:

$$\overline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{1}{\mathcal{E}_{in}} \frac{1}{\mathbf{E}} \iint_{\vec{\xi}_a}^{\mathbf{A}} \mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}, \vec{\xi}_a) \frac{1}{\cos \alpha_{out}} d\mathbf{A} \quad (4.13)$$

Wird das Integral durch die Pixelsumimation (4.11) ersetzt, folgt:

$$\overline{BRTF}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = \frac{1}{\mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos \alpha_{in} \Delta\Omega_{in}} \frac{\mathcal{L}^*(\vec{x}_{out})}{\mathbf{E} \cos \alpha_{out}} \quad (4.14)$$

Falls die internen Elemente der Probe eine in $\vec{\xi}_e$ periodische Struktur besitzen, und kein Lichttransport zwischen den Perioden statt findet (siehe späteres Beispiel), sollte die $BRTF$ über genau eine Periode bestimmt werden, um aliasing-Effekte zu minimieren.

4.4.1 Beispiel

Einfachstes Beispiel um (4.14) zu testen, ist eine Probe ohne jede interne Struktur, deren \overline{BRTF} durch (2.66) gegeben ist als:

$$\overline{BRTF}_{Nichts} = \frac{1}{\Delta\Omega_{in}} \frac{1}{\cos(\alpha_{in})}$$

Für einen konkreten Testfall wurde Einstrahlung unter $\alpha_{in} = 45^\circ$ aus einem kegelförmigen Raumwinkel mit Öffnungswinkel 5° und $\mathcal{L}_{in} = 1$ angenommen, so daß $\overline{BRTF}_{Nichts} \approx 236,48$ folgt.

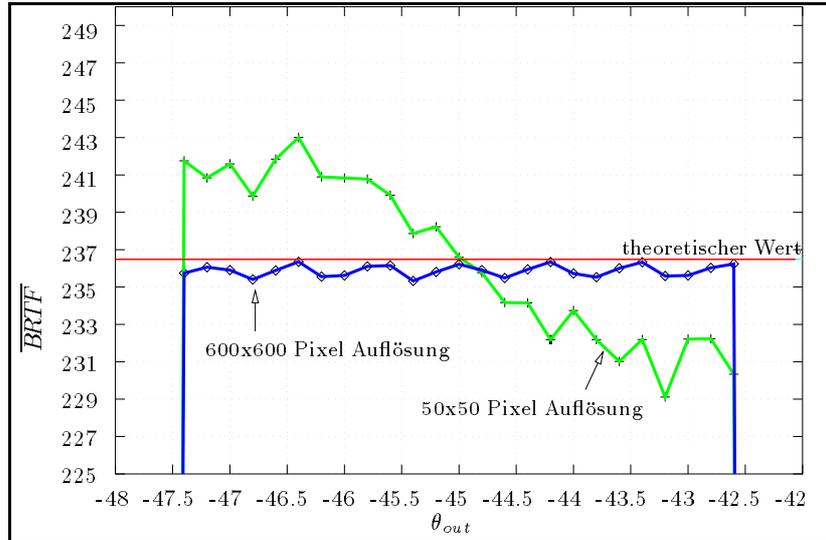


Abbildung 4.7: Einfaches Beispiel zur $BRTF$ Berechnung einer völlig transparenten Probe mit RADIANCE. Rechteckige Blende mit 100×40 Pixeln, ($\mathbf{E} = 4000$), andere Parameter siehe Text.

Wie in Abb. 4.6 skizziert, wurde eine RADIANCE-Szene, bestehend aus Lichtquelle und Blende modelliert und die $BRTF$ wie angegeben für $\phi_{out} = 0^\circ$ und $\theta_{out} = [42.0^\circ \dots 48.0^\circ]$ bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb.4.7 für verschiedene Ausfallswinkel θ_{out} aufgetragen: Die Genauigkeit hängt auch in diesem einfachen Beispiel von der Näherung des Integrals (4.13) durch (4.14) ab, d.h. von der Pixelauflösung des RADIANCE-Bildes. Der Datensatz mit einer Auflösung von 600×600 Pixeln ist offensichtlich besser¹⁵ als der mit 50×50 Pixel. Für eine komplexere Struktur der Probe kann dieser Effekt eine hohe Auflösung bedingen. Dieses Beispiel verifiziert zwei Dinge:

¹⁵Aber nicht perfekt, da der theoretische Wert eine obere Grenze und nicht den Mittelwert bildet.

- Die Quadratur durch Pixelsummation (`ra_sum`) (4.12) ist richtig.
- Die \overline{BRTF} -Berechnung (4.14) liefert richtige Näherungen.

4.5 Zweidimensionales Raytracing

Für Materialien, die eine Translations-Invarianz zeigen, wie z.B. Spiegelprofile, kann unter bestimmten Vereinfachungen ein zweidimensionales (2d) Raytracing zur Charakterisierung ausreichen. Der Vorteil gegenüber einem 3d-Raytracing liegt in der schnelleren Rechenzeit: Die meiste Zeit verbraucht ein Raytracing-Programm beim Berechnen des Schnittpunkts zwischen Strahl und Objekt, und diese Rechnungen sind im zweidimensionalen Fall potentiell schneller durchführbar. Dieser prinzipielle Vorteil ist jedoch auch von der Implementierung des Algorithmus abhängig. Grundlegender ist die Beschleunigung der $BRTF$ -Berechnung, indem die Translations-Symmetrie des Materials auf die $BRTF$ übertragen wird.

Vereinfachende Annahme ist die Winkelunabhängigkeit des Reflexionsgrads der beteiligten Flächen im Material. In Abb. 4.8 ist der Reflexionskoeffizient von Metallflächen abhängig vom Einfallswinkel aufgetragen. Er kann in guter Näherung in einem weiten Winkelbereich als konstant angesehen werden.

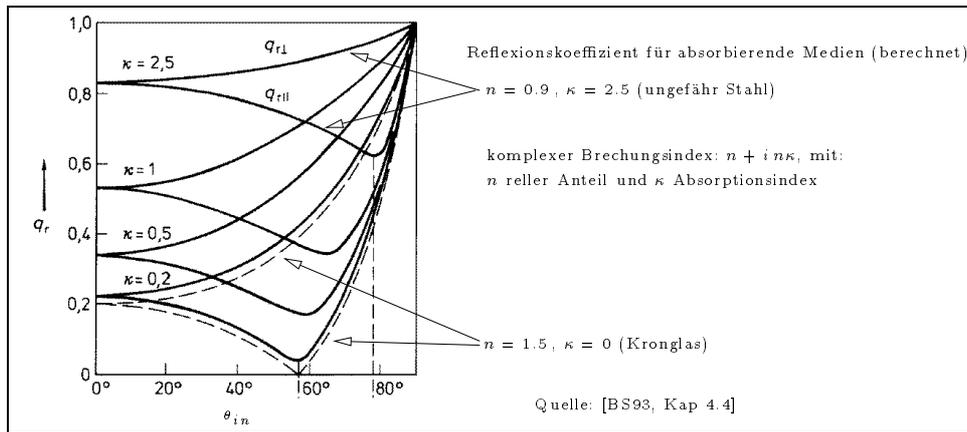


Abbildung 4.8: Reflexionskoeffizient von Metallflächen abhängig vom Einfallswinkel

Im folgenden betrachten wir ein Spiegelprofil aus zwei gewalzten, polierten Stahlblechstreifen, dessen Querschnitt in Abb. 4.9 skizziert ist. Ebenfalls in Abb. 4.9 sind zwei Strahlverläufe in einer 3d-Darstellung des Spiegelprofils visualisiert, deren Verlauf mit RADIANCE berechnet wurde.¹⁶ Das verwendete Koordinatensystem $(\vec{N}, \vec{L}, \vec{A})$ ist aus [Sch95] übernommen.

Drei Strahlen mit einem Richtungsvektor $(-1, 0, -1)$ und unterschiedlichen Startpunkten verlaufen in einer Ebene senkrecht zur Symmetrieachse \vec{L} des Profils. Drei weitere Strahlen mit einem Richtungsvektor $(-1, 3, -1)$ verlaufen "schräg" durch das Profil, ihre Projektion auf die Ebene senkrecht zur Symmetrieachse ist jedoch gleich der ersten drei Strahlen (wie die Seitenansicht in Abb. 4.9 ahnen läßt, und was in [Sch93] formal bewiesen wurde).

Auf Grund der Translations-Invarianz ist für reflektierende Materialien¹⁷ die Projektion des "wahren" Strahlverlaufs auf die Ebene und der Strahlverlauf für einen Strahl in der Ebene gleich. Während dies für den geometrischen Strahlverlauf in jedem Fall zutrifft, sind die Gewichte der Einzelstrahlen nur dann gleich, wenn die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten vom Einfallswinkel unabhängig sind, da die Einfallswinkel im "wahren" Strahlverlauf und im 2d-Raytracing nicht gleich sind.

¹⁶Mit den Programmen "rtrace" und "rdis".

¹⁷Für brechende Materialien ist dies nicht der Fall (z.B. Totalreflexion).

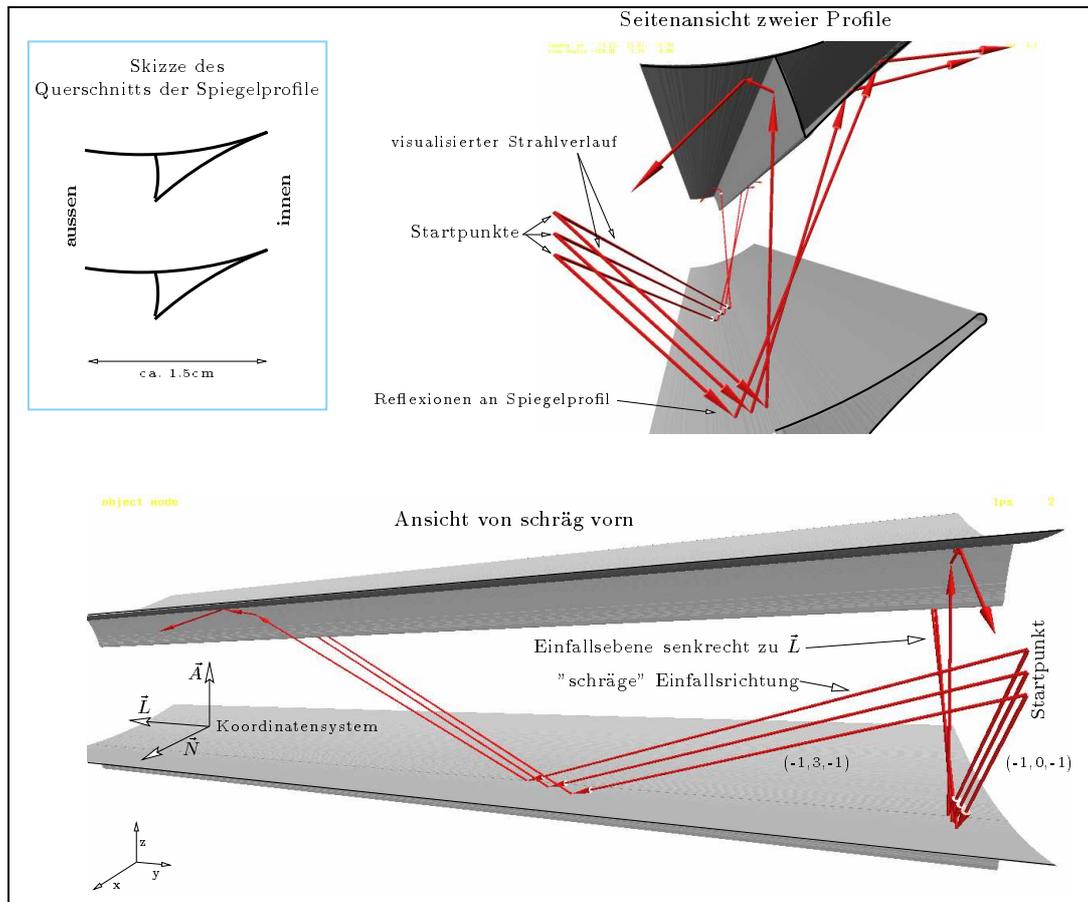


Abbildung 4.9: Zum Strahlverlauf in einem translations-symmetrischen Element

4.5.1 Beispiel und Analyse des Algorithmus

An Hand des in Abb. 4.9 vorgestellten Spiegelements werden 3d- und 2d-raytracing verglichen, sowie die potentiellen Probleme und ihre Lösungen vorgestellt: Wird RADIANCE, wie in Kap. 4.4 vorgeschlagen, zur \overline{BRTF} -Berechnung angewandt, ergeben sich für leicht verschiedene Einfallswinkel θ_{in} die drei in Abb. 4.10 dargestellten Kurven. Diese durch einen dreidimensionalen backward-raytracer berechnete \overline{BRTF} stimmt mit der durch eine zweidimensionalen forward-raytracer (Thomas Schmidt's *sysim*) überein (vierte Kurve in Abb 4.10).

Dabei zeigen beide Methoden für $\theta_{out} \approx 50^\circ$ Schwankungen in der \overline{BRTF} , die stark von der Einfallsrichtung (RADIANCE) bzw. Ausfallsrichtung (*sysim*) abhängen. Zur Klärung dieses Problems ist es hilfreich, den Strahlengang in den Elementen zu visualisieren (Abb. 4.11)¹⁸.

Wie jedes numerisches Verfahren wird auch die \overline{BRTF} -Berechnung mittels Strahlverfolgung durch Probleme der Diskretisierung und numerischen Genauigkeit limitiert. In diesem Fall lassen sich potentielle Fehlerquellen wie folgt lokalisieren:

- Die **endliche Ortsauflösung** der einfallende Fläche¹⁹ ist die Hauptquelle numerischer Aliasing-Probleme²⁰ Dies Beispiel wurde z.B. mit 1000 Pixel Auflösung entlang der \vec{A} -Achse (siehe

¹⁸Dazu wurde das eigene Programm *rdis* verwendet.

¹⁹Das entspricht der Anzahl der Strahlen in Abb. 4.11.

²⁰Aliasing= schlechte Auflösung durch zu kleine Abtastfrequenz. Die Ortsauflösung entspricht dem Abtasten der Struktur mit einer festen, räumlichen Frequenz.

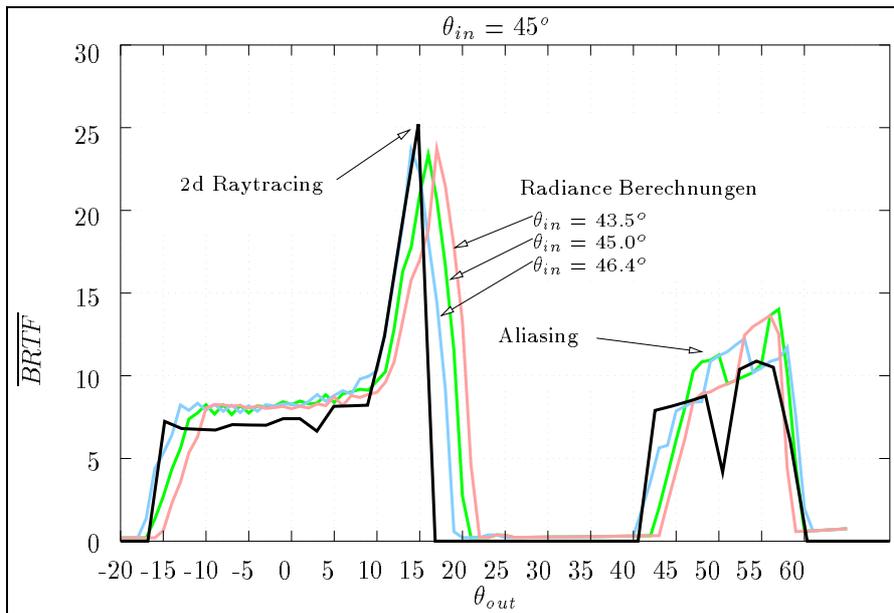


Abbildung 4.10: Berechnung von \overline{BRTF} mit RADIANCE für drei Einfallswinkel und Vergleich mit zweidimensionale Strahlverfolgung

Abb. 4.9) berechnet, um Aliasing zu minimieren. Dies wird auch vermindert, indem jeder Startpunkt eines Strahl mit einem zufällig gewählten, kleinen räumlichen Versatz versehen wird (*pixel jitter*).²¹

- Beide Programme verwenden zur Approximierung gekrümmter Flächen einen **Polygonzug**, dessen Stufen besonders bei Reflexion (Winkeländerung des Strahls ist die doppelte Winkeländerung der Normalen) auffallen. Die dadurch entstehenden Schwierigkeiten legen nahe, in den Strahlverfolgungsprogrammen auf eine Approximierung durch Polygonzüge zu verzichten und die Kurven direkt zu implementieren (z.B. als Parabel oder NURBS²²).
- **Interferenz zwischen endlicher Ortsauflösung und Polygonzug:** Der Polygonzug wird normalerweise generiert, indem die Kurve (in diesem Fall eine Parabel) in *regelmäßige* Stücke zerteilt wird. Zusammen mit einer festen Abtastfrequenz durch die endliche Ortsauflösung ergeben sich "Schwebungen", die als Schwankungen der \overline{BRTF} in Abb. 4.10 für $\theta_{in} = 50^\circ$ zu sehen sind.²³
- Die Auflösung der **Koordinaten der Elementen-Geometrie** ist besonders wesentlich, wenn der Polygonzug zwischen zwei Programmen ausgetauscht wird. Bei der Vorbereitung von Abb. 4.10 wurde die Geometrie als Polygone vom 2d-raytracing Programm in das 3d-raytracing Programm übernommen, und dabei war zuerst die Auflösung der Koordinaten zu gering. Obwohl nicht direkt sichtbar, ergaben die dadurch erzeugten "Treppenstufen" der Polygone eine stark schwankende \overline{BRTF} .
- Die Verstärkung der Fehler durch **Mehrfachreflexion** ist in Abb. 4.11 für $\theta_{in} = 0^\circ$ demonstriert: Der obere Polygonzug fokussiert die Strahlen auf den unteren Polygonzug, wodurch alle Fehler in letzterem verstärkt werden. Zum Beispiel, wenn der Fokuspunkt von einem

²¹Die zufällige Variation des Startpunkts entspricht dabei einer leichten Änderung der räumlichen Abtastfrequenz. Hinweise über das Analogon in der Signalverarbeitung bitte an den Autor.

²²NURBS= non uniform rational b-splines

²³Man stelle sich das Abtasten eines 20Hz Rechtecksignals mit einer Abtastfrequenz von 30Hz vor.

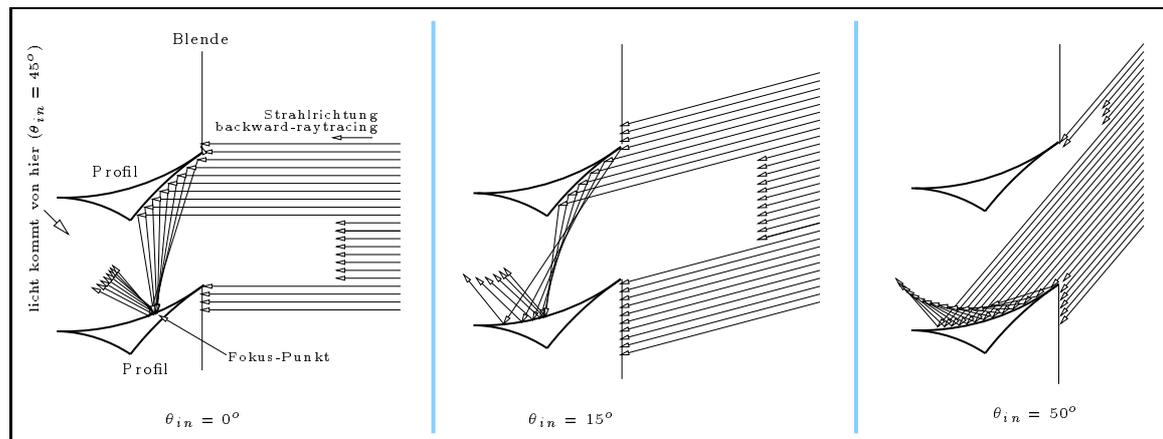


Abbildung 4.11: Strahlverlauf in einem Spiegelprofil für drei verschiedene Einfallswinkel. Die Geometrie der Spiegelprofile ist nachträglich eingezeichnet, da in diesem Fall direkt die Ausgabe von RADIANCE visualisiert wurde, die nur den Lichtweg selbst beinhaltet.

Stückchen des Polygonzug zum nächsten wandert. Auch wenn jeder der oben genannten Fehler minimiert ist, kann sich durch Mehrfachreflexion ein fraktales Verhalten des Strahlverlaufs ergeben: Kleine Änderungen der Einfalls- oder Ausfallswinkel ergeben völlig verschiedene Strahlverläufe.

4.6 Thermische Berechnungen

Hier soll kurz eine weitere Anwendung des Raytracing Verfahrens vorgeschlagen werden, ohne das diese Idee hier realisiert wird, da thermische Berechnungen nicht Gegenstand dieser Arbeit sind.

Ca. 15% der einfallenden Strahlleistung wird pro Reflexion an den Spiegelementen absorbiert (Abb. 4.8) und in Wärme umgewandelt. Bei mehrmaliger Reflexion steigt die gesamte Absorption an den Metallprofilen für einen Strahlverlauf entsprechend (zwei Reflexionen 27%, drei Reflexionen 38%, vergl. den Strahlverlauf mit drei Reflexionen in Abb. 4.9) und führt durch Konvektion und Strahlungstransport zu einer Aufheizung des Systems aus Doppelverglasung und dazwischen liegendem Spiegelprofil. Da ein Wärmefluß durch die Kanten der Doppelverglasung nicht möglich ist (Isolation durch Scheibenabdichtung) entsteht ein Wärmefluß (Konvektion, Strahlung) in den Innenraum, der im Sommer unerwünscht ist und minimiert werden soll.

Dazu ist der von den Spiegelprofilen absorbierte Strahlungsanteil zu berechnen, der nicht aus den bisher vorgestellten Raytracing Verfahren folgt, da für die Tageslichtberechnung meist nur die Transmission berechnet wird²⁴. Deshalb wird vorgeschlagen, die verwendeten forward-raytracing Programme zu erweitern, um für jeden reflektierten Strahl die absorbierte Leistung zu summieren. Die Summe ergibt die gesamte absorbierte Leistung für einen Einfallswinkel. Der numerische Aufwand dafür ist im Vergleich zum eigentlichen Raytracing-Algorithmus unerheblich. Die Absorption könnte direkt mit thermischen Messungen (g-Wert) verglichen und in thermischen Simulationsprogrammen (z.B. TRNSYS) verwendet werden.

²⁴ Ansonsten würde die Absorption aus $1 - (\text{Reflexion} + \text{Transmission})$ folgen.

Kapitel 5

BRTF Modelle für Simulationsprogramme

Dieses Kapitel beschreibt die Modellierung der Material-*BRTF*, die durch Messungen (\hookrightarrow Kap. 3.2.5) oder Simulation (\hookrightarrow Kap. 4.14) ermittelt wurde.

5.1 Anforderungen

Die Materialmodelle sind der "Kitt" zwischen den physikalischen Prinzipien der Lichtstreuung im Material (Kap. 2.4) und den Licht-Simulationsprogrammen (Kap. 7.3):

Die physikalischen Prinzipien sind nicht für alle Materialien in einer Form darstellbar, die für Simulationsprogramme brauchbar ist: Die meisten Programme verwenden eine explizite Funktion der Material-*BRTF*, eine solche ist aber zum Beispiel für Mehrfachstreuungsprozesse oder teilweise kohärente Beugung an holografischen Schichten nicht bekannt. In diesen Fällen muß die numerisch berechnete oder implizit definierte *BRTF* durch im Simulationsprogramm verwendbare Funktionen beschrieben werden. Durch die Wahl der Funktion sollte eine möglichst kompakte Beschreibung der *BRTF* erreicht werden, d.h. die Funktion sollte möglichst viele physikalische Prinzipien der Streuung (Symmetrie, Abhängigkeit vom Einfallswinkel usw.) enthalten.

Alternativ kann die *BRTF* auch diskret durch Stützpunkte (sog. *data arrays*) definiert werden. Zwischen diesen Stützpunkten interpoliert das Simulationsprogramm intern meist linear. Läßt das Simulationsprogramm nur äquidistante Stützpunkte zu, wird die Anzahl der notwendigen Stützpunkte jedoch sehr hoch, wenn die *BRTF* stark lokalisierte Maxima aufweist.

Die Wahl des Modells hängt somit vom Materialtyp und den Eingabemöglichkeiten der weiteren Simulationsprogramme ab.

5.1.1 Materialtypen

Die für die Modellfunktion relevanten Materialcharakteristika sind:

- Separation der *BRTF* in spektralen und spatialen Anteil.
Die meisten Materialien zeigen eine spektral abhängige Transmission. Aber nur bei einigen ist diese spektrale Transmission auch vom Ausfalls- und Einfallswinkel abhängig.¹ Für viele praxisrelevante Materialien läßt sich die *BRTF* annähern als:

$$BRTF(\lambda, \vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}) = BRTF_{spektral}(\lambda) BRTF_{spatial}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out})$$

¹ Allerdings sind dies physikalisch alle auf Licht-Brechung oder -Beugung basierende Elemente (Prismen und holografische Schichten). In der Praxis wird auch bei diesen versucht, die spektrale Zerlegung des Lichts zu minimieren. Wellenlängenabhängige Streuung an Metallsuspensionen oder Polychroismus wird in dieser Arbeit nicht untersucht.

- δ -Verteilung der spatialen BRTF
Wie in Kapitel 7 erläutert, können δ -Verteilungen aus der BRTF separiert werden, da manche Simulationsprogramme diese Anteile gesondert berechnen.
- Symmetrien der spatialen BRTF
Diese sind von großer Nützlichkeit um die Anzahl der Argumente der BRTF zu reduzieren und damit Fitverfahren, Datenmengen und Rechenzeit zu optimieren.
- explizite Funktion durch Physik der Streuung gegeben
Dies ist nur in einigen einfachen Fällen (z.B. Rayleigh-Streuung) möglich und in der Praxis (z.B. Mehrfachstreuung) meist nicht gegeben.

Tabelle 5.1 gibt eine grobe Übersicht der Tageslichtmaterialien, dem zugrundeliegenden Streuprinzip, der typischen Ausfallswinkel-Verteilung und der durch Symmetrien reduzierten Anzahl der BRTF Parameter. Weitere Kennzeichen sind die Verwendung von expliziten Modell-Funktionen, data-arrays oder die interne Modellierung der BRTF im Simulationsprogramm RADIANCE.

Typ	Material	Streuung			Modell Funktion ^a		
		Prinzip	Verteilung	Param.	explizit	array	intern
Licht-Diffusoren ^e	Polymere	mult. scat. ^b	$\exp(-x^2)^c$	3	x		
	Aerogel ^d	mult. scat.	$\exp(-x^2)$	3	x		
	thermochrome ^f	mult. scat.	$\exp(-x^2)$	3	x		
	elektrochrome	mult. scat.	$\exp(-x^2)$	3	x		
makroskopische-Lichtlenkung	Lamellen	Reflexion	δ	2		x	
	Waben	mult. Refl. ^g	δ -Ring	3	x		
	Prismen ^h	Brechung	δ				x
mikroskopische-Lichtlenkung	Mikrolinsen ⁱ	Brechung			x		
	Holographie ^j	Beugung			x		

^aIm RADIANCE Programm.

^bMehrfachstreuung

^cGausskurven oder Kombination davon.

^dAerogel-Kugelschüttung zwischen Glasscheiben.

^eMaterialien sind rotationssymmetrisch um die Flächennormale.

^fIm opaquen Schaltzustand.

^gMehrfachreflexion und Transmission

^hRADIANCE Modell *prism* und *prism2*

ⁱSiehe [Har95].

^jModellfunktion ist nicht a-priori spezifizierbar.

Tabelle 5.1: Parameter der Materialien

Licht-Diffusoren werden in Kap. 5.2.1 näher betrachtet und Licht-Lenkprofile in Kap. 5.2.3. Zu ersteren gehören u.a. Aerogel, Polymerschichten und thermochrome Schichten im opaquen Schalt-Zustand. Diese Materialien sind rotationssymmetrisch um ihre Flächennormale und benötigen daher nur *einen* Winkel θ_{in} zur Angabe der Einfallrichtung. Für die Ausfallsrichtung ist bei nicht senkrechtem Lichteinfall jedoch keine Rotationssymmetrie gegeben, und die Ausfallsrichtung benötigt zwei Winkel $(\theta_{out}, \phi_{out})$, zusammen also drei Parameter. Diese Materialien, besonders die Aerogele, bilden den Schwerpunkt der weiteren Modellierung.

5.1.2 Eingabe in Simulationsprogramme

Die Verwendung der BRTF-Modelle in Simulationsprogrammen schränkt die Modelle auf die Eingabemöglichkeiten dieser Programme ein oder fordert eine Erweiterung der Programme. Wird von letzterer Möglichkeit vorerst abgesehen, erlauben die meisten Programme folgende Modelle für die Eingabe der BRTF: ²

²Siehe auch Kap. 7.1

- Parameter für simulationsprogramm-interne *BRTF*-Modelle
Dadurch liegt die Funktion zur Beschreibung der *BRTF* in Form der internen Modelle fest. Einige Simulationsprogramme spezifizieren z.B. die *BRTF* als Kosinus-Potenzsumme. *RADIANCE* stellt ein internes Modell für transluzente Materialien bereit, das einen gausskurven-ähnlichen Term enthält. In Anhang A.1 wird diese interne Funktion näher beschrieben und in Abschnitt 6.1.3 mit Meßwerten verglichen.
- Integrierter Funktion-Parser
Die allgemein flexibelste Methode der *BRTF*-Modellierung erlaubt ein Simulationsprogramm, wenn es eine Textformel der *BRTF* auswerten kann. Dies ist ein Standardverfahren der Informatik, das in jedem Compiler³ verwendet wird und hat als Kern einen sogenannten *parser* zur Interpretation der Textformel. Im weiteren wird diese Möglichkeit der Eingabe vorausgesetzt (\hookrightarrow Kap. 7.3.2).
- θ - ϕ -Matrix
Diese Eingabemethode orientiert sich an den Lichtverteilungskurven (LVKs) der Kunstlichtquellen: Dabei wird die abgestrahlte Strahldichte in einem Polarkoordinatensystem für jeden Einfallswinkel \vec{x}_i diskret angegeben:

$$\mathcal{L}_{out} = \mathcal{L}(\theta_i, \phi_j) \quad i = 1 \dots N \quad j = 1 \dots M$$

Durch die Angabe von \mathcal{L}_{out} auf einem äquidistanten $\theta_i - \phi_j$ -Gitter ist eine Dateninterpolation nötig, falls die Meßwerte nicht direkt an den Stellen $\theta_i - \phi_j$ gemessen werden. Diese Interpolation stellte sich für ein spezielles externes Simulationsprogramm als potentielle Fehlerquelle heraus und erforderte die in Kap. 3.4.1 beschriebene Methode. Da dieses Simulationsprogramm nicht weitere Anwendung fand, wird auf diese Problematik im folgenden nicht eingegangen.

5.1.3 Genauigkeit

Unabhängig von dem Eingabeweg in das Simulationsprogramm wird die *BRTF* in manchen Simulationsprogrammen nochmals interpoliert und über Raumwinkel und Flächen gemittelt (u.A. im *RADIANCE mkillum* Programm). Dies beschränkt unter Umständen die nutzbare Winkel- und Flächenauflösung der an die Meßwerte gefitteten *BRTF* und bedingt zusätzliche Fehlerquellen. Der gesamte Fehler einer Simulation setzt sich somit zusammen aus:

- Meßfehler
- Fehler beim Fit der *BRTF*-Funktion an die Meßwerte
- Fehler durch weitere Mittelung der *BRTF* im Simulationsprogramm (\hookrightarrow Kap. 7.3.1)
- Fehler in weiteren Simulations-Eingabedaten (z.B. Außenlichtverteilung)
- Fehler durch den Algorithmus im Simulationsprogramm selbst (\hookrightarrow Kap. 7.3)

Der akzeptable Fehler beim Fit der *BRTF*-Funktion an die Meßwerte orientiert sich daher an der Genauigkeit der weiteren Simulationsschritte.

5.2 Datenfits

5.2.1 Getestete Funktionstypen für Licht-Diffusoren

Für die Licht-Diffusoren besteht der Datenfit aus zwei Stufen: Zum ersten wurden Funktionen gesucht, die die Meßdaten für einen festen Einfallswinkel mit möglichst wenigen Parametern gut

³Dies Prinzip ist in Abb. 7.3 näher erklärt.

beschreiben (anfitzen). Die so für jeden Einfallswinkel bestimmten Parameter werden in einem zweiten Schritt an die Einfallswinkel mit linearen oder kubischen Funktionen angefitzt (siehe Abb. 5.1). Der Vorteil dieses zweistufigen Verfahrens liegt in der Übersichtlichkeit: Eine Kontrolle des Datenfits ist für jeden Einfallswinkel möglich, und potentielle Schwachstellen der gewählten Funktionsklasse werden leicht sichtbar.

Außerdem wird angenommen, daß sich die *BRTF* als Summe zweier Terme schreiben läßt. Wovon der erste vom Winkel θ_{streu} zwischen Vorwärts- und Ausfallsrichtung abhängt und der zweite rotationssymmetrisch um die Flächennormale ist:

$$BRTF(\theta_{in}, \phi_{in}, \theta_{out}, \phi_{out}) = BRTF_1(\theta_{in}, \theta_{streu}) + BRTF_2(\theta_{in}, \theta_{out}) \quad (5.1)$$

Zur Motivation dieses Modells: Der erste Term repräsentiert Licht, welches nur wenig aus seiner Vorwärtsrichtung gestreut wird und daher im wesentlichen rotationssymmetrisch um diese ist. Der zweite Term repräsentiert Licht, welches durch Mehrfachstreuung jede Information über die ursprüngliche Vorwärtsrichtung verloren hat und dessen Verteilung nur noch von θ_{out} abhängt. Im einzelnen wurden für *BRTF*₁ und *BRTF*₂ folgende Funktionstypen getestet:

- Polynomsumme: $f(\theta) = \sum_k^N a_k \theta^k$
- Polynomsumme mit waagrechter Tangente: $f(\theta) = \sum_k^N a_k \theta^k$, $f'(0) = 0$
- Summe von Kosinus-Potenzen: $f(\theta) = \sum_k^N a_k (\cos \theta)^k$
- Kosinus-Summe mit reellen, positiven Exponenten: $f(\theta) = a_1 (\cos \theta)^{a_2} + a_3 (\cos \theta)^{a_4}$
- Gauss-Kurve: $f(\theta) = a_1 e^{-a_2 \theta^2}$
- Gauss-Kurve (RADIANCE "trans" Modell): $f(\theta) = a_1 e^{(2 \cos \theta - 2)/a_3^2}$

Diese Funktionen wurden für *BRTF*₁ und *BRTF*₂ in (5.1) verwendet, der Fehler des Fits (χ^2) und die Abhängigkeit der Parameter vom Einfallswinkel bestimmt. Gute Ergebnisse erbrachte eine Kombination von Gauss-Kurven für *BRTF*₁ und Kosinus-Potenzen für *BRTF*₂ (\hookrightarrow Plots in 6.1.3):

$$\begin{aligned} BRTF_{cosgauss} &:= a_1 + a_2 (\cos \theta)^{a_3} + a_4 \exp(-\beta^2 10a_5) & (5.2) \\ \beta &:= \arccos[\cos(\theta) \cos(\alpha_{in} + 10a_6) - \sin(\theta) \cos(\phi_{out}) \sin(\alpha_{in} + 10a_6)] \\ \theta &:= \pi - \theta_{out} \end{aligned}$$

Dabei sind a_1 bis a_6 die (vom Einfallswinkel abhängigen) Parameter des Modells⁴. Der β -Term ist eine Drehung um die y-Achse, wobei der Parameter a_6 die Abweichung des direkten Peaks von der Vorwärtsrichtung angibt (\hookrightarrow Datenplots).

Die RADIANCE-interne Funktion "trans" wird in A.6 näher beschrieben.

5.2.2 Fitverfahren

Verwendet wurde das Levenberg-Marquardt Fitverfahren, das Fits für nicht-lineare Modelle gestattet und das Minimum des Fehlers χ^2 als Funktion der Fitparameter ($a_1 \dots a_n$) iterativ im n-dimensionalen Raum bestimmt:

$$\chi^2(a_1 \dots a_n) = \sum_i^N \left[\frac{f_i - f(\theta_i, \phi_i, a_1 \dots a_n)}{\sigma_i} \right]^2$$

⁴Es liegt nahe, weitere kennzeichnende Größen (τ_{dh} , Maxima) analytisch aus dieser Funktionen zu bestimmen, bisher wurden aber wegen des arccos-Terms keine Lösungen gefunden.

wobei f_i die Meßwerte, σ_i die Standardabweichung des Meßwerts und $f()$ die Modellfunktion sind. Für einen Punkt $(a_1 \dots a_N)$ im Parameterraum wird der Gradient bestimmt und die neue Iteration bestimmt aus:

$$(a_1 \dots a_N)_{neu} = (a_1 \dots a_N) - c \nabla \chi^2(a_1 \dots a_N)$$

wobei die Konstante c für jeden Schritt aus weiteren Überlegungen folgt. Für die Details des Levenberg-Marquardt Algorithmus siehe [PFAV88, Kap. 4]. Sind die Startwerte der Fitparameter hinreichend nahe am absoluten Minimum, wird das nach wenigen (typischerweise < 10) Iterationen gefundene lokale Minimum mit diesem übereinstimmen. Die Implementierung des Algorithmus wurde aus [PFAV88, Kap. 4] übernommen und erweitert, der Aufbau des Programms und der beschriebene zweistufige Fit sind in Abb. 5.1 skizziert.

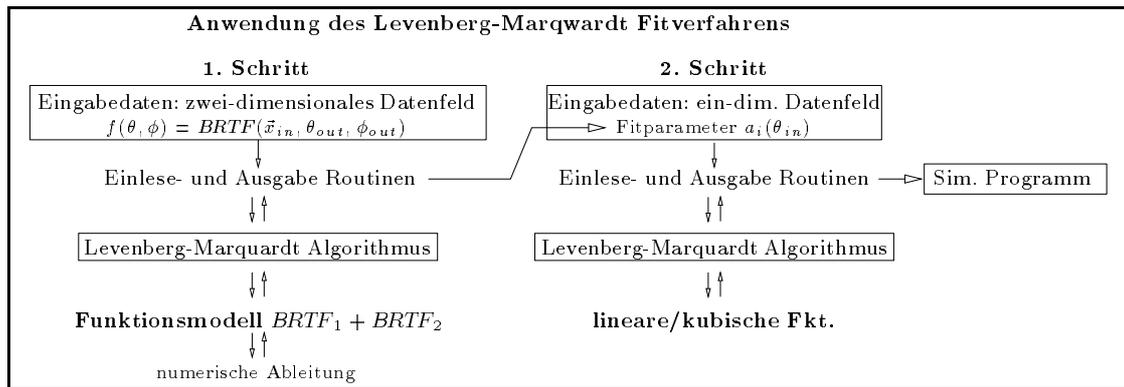


Abbildung 5.1: Bestandteile des Fitprogramms

Die Erweiterungen bestehen aus neuen Eingaberoutinen, die auf die Meßwertprogramme des Photogoniometers abgestimmt sind, neuen Ausgaberroutinen zur Weitergabe der Fitergebnisse an das Simulationsprogramm und einer numerischen partiellen Ableitung der Funktionen nach den Parametern. Die Auswahl der Fitfunktion ist zur Laufzeit des Programms möglich, um für verschiedene Materialien unterschiedliche Modelle testen zu können, ohne daß jedesmal das Programm neu übersetzt werden muß⁵. Das Fitverfahren ist programmtechnisch so weit wie möglich automatisiert, um einen flüssigen Ablauf der Fits für verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von Material- und Modelltypen zu erreichen. Beispiele für Fits werden in Kap. 6.1.3 gegeben.

5.2.3 Modell für Lichtlenk-Lamellen

Auf Grund der typischen, nicht stetigen, "Bandstruktur" (\leftrightarrow Kap. 4.5.1) kommen als "Fitfunktionen" nur stückweise definierte Funktionen in Betracht:⁶ Mit einer Hilfsvariablen

$$\beta = \beta(\theta_{in}, \phi_{in}, \theta_{out}, \phi_{out})$$

wird die $BRTF$ zusammengesetzt:

$$BRTF(\theta_{in}, \phi_{in}, \theta_{out}, \phi_{out}) = c_i \text{ für } \beta \in [\beta_i, \beta_{i+1}]$$

Alle Symmetrien des Materials (z.B. die in 4.5.1 beschriebene Translationsinvarianz) werden für die Definition von β verwendet. Dieser Teil des Modells ist sozusagen "Handarbeit", während die Wahl der Intervalle $[\beta_i, \beta_{i+1}]$ und die c_i direkt aus Simulationsprogrammen oder Messungen übernommen werden. Die Übersetzung der stückweisen Definition in die Sprache der RADIANCE-function-files erzeugt meist sehr komplexe Ausdrücke, die durch Programme erzeugt werden.

⁵Diese Problematik wird auch in Kap. 7.3.2 beschrieben.

⁶In RADIANCE Syntax: `if` oder `select` Ausdrücke. (\leftrightarrow Kapitel 7.3.2 über function-files)

Kapitel 6

Materialdaten

6.1 Messungen

Dieses Kapitel enthält die Meßdaten folgender Materialien :

- Aerogel als 1.8cm dicke Schüttung von Kügelchen mit 4-5mm Durchmesser zwischen Floatglasscheiben ¹
- Polymerschichten zwischen Floatglasscheiben ²
- Jeweils ein Beispiel für den Strahlquerschnitt und für ein Wabenmaterial

Zwei Darstellungen werden verwendet:

Für die gesamte Streuung (außerhalb und innerhalb der Streuebene, Ausfallswinkelbereich $\theta_{out} = [90..180]$, $\phi_{out} = [0..360]$) sind die Daten als "3d-Gebirge" über einem $\theta - \phi$ -Gitter (polständige azimutal äquidistante Projektion der Hemispähre auf einen Kreis) aufgetragen. Die Richtung entlang der Flächennormale ist die Mitte des Kreises, die Richtungen parallel zur Fläche liegen am Rand des "Pfannkuchens". Linien mit konstanten ϕ_{out} -Werten bilden Geraden, Linien mit konstanten θ_{out} -Werten bilden konzentrische Kreise. Der $BRTF$ -Wert ist proportional der Höhe über der Fläche. Der Maßstab der z-Achse ist dabei für jedes Bild passend gewählt und als Kopfzeile im Bild enthalten (min/max Angabe). Die Farbwahl ist blau-grün-gelb-rot proportional zum Meßwert, unabhängig von den absoluten Minimum/Maximumwerten. Höhenlinien sind bei 10,20,30,40,50,60,70,80,90 und 95% des Maximalwerts eingeblendet, die 50% Linie ist hell weiß.

Durch dies "3d-Gebirge" wird entlang der Richtung $\phi_{out} = 0$ und $\phi_{out} = 180$ ein Schnitt gelegt und die Daten als 2d-Plot aufgetragen. Dies sind die \overline{BRTF} Daten innerhalb der durch die Einfallrichtung und Flächennormale aufgespannten Streuebene. Der Vorteil der 2d-Darstellung ist die leichtere Ablesbarkeit von quantitativen Werten, jedoch bestehen alle Messungen und Datenfits aus einem kompletten Datensatz, der alle Ausfallswinkel umfaßt.

6.1.1 Streuverteilung (\overline{BRTF}) in Streuebene

Diese Daten zeigen die \overline{BRTF} innerhalb der durch die Einfallrichtung und Flächennormalen festgelegten Ebene. Dazu wird aus Gründen der leichteren Darstellung eine andere Definition für θ_{out} gewählt: Die Ausfallrichtung in Richtung der negativen Normalen ist jetzt $\theta_{out} = 0^\circ$ (und nicht $\theta_{out} = 180^\circ$). Im Bereich $\phi = 0^\circ$ ist $\theta_{out} \in [0^\circ..90^\circ]$ und für $\phi = 180^\circ$ ist $\theta_{out} \in [0^\circ..-90^\circ]$. Dies ermöglicht eine kontinuierliche θ_{out} Skala. ³

¹ Interner Probenname "interpane+aerogel+hor".

² Interne Probenamen "pilk_fg3905" und "pilk_fg3906"

³ Die Zuordnung zwischen den beiden Definitionen von θ_{out} ist einfach: Wo immer θ_{out} negativ auftritt, handelt es sich um die zweite Definition.

In Abb. 6.2 sind die Daten von Aerogel (dicke Schicht) und Polymerschicht (dünne Schicht) verglichen. Auf Grund der erwähnten Streuung in der Schicht wird der Vorwärtsspeak für Aerogel zur Flächennormale verschoben.

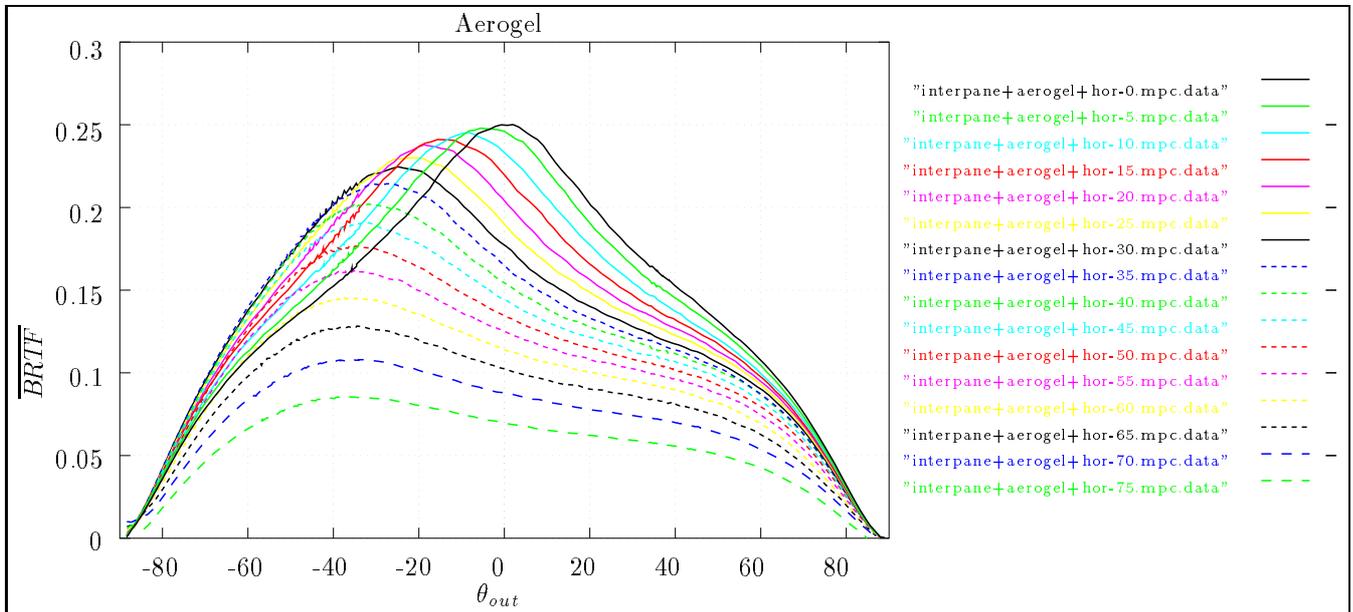


Abbildung 6.1: Aerogel \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ..75^\circ]$ in 5° Schritten

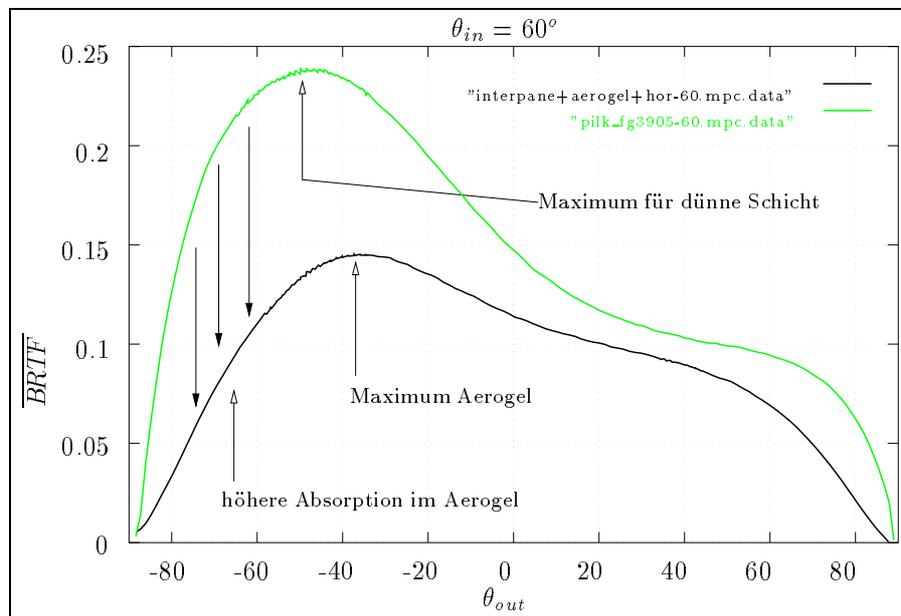


Abbildung 6.2: Vergleich einer 1.8cm Aerogel Schicht mit 0.4cm Polymerstreuer. Das Maximum ist bei Aerogel auf Grund der dickeren Schicht zur Flächennormalen verschoben (\leftrightarrow Abb. 6.15).

Ein Wort zur den Materialien "pilk_fg3905" und "pilk_fg3906": Sie sind nach Augenschein aus dem gleichen Material und gleich dick, "pilk_fg3906" streut jedoch wesentlich stärker vorwärts (Abb. 6.3 und 6.4) und zeigt eine etwas höhere Gesamttransmission τ_{th} (Abb. 6.17). Nach Auskunft

des Herstellers (Pilkington Ltd., UK) bestehen die Proben aus Polyacrylat (PMMA), das mit einem unveröffentlichten Verfahren eingetrübt wird. Vergleicht man das Streuverhalten mit der Winkelabhängigkeit der Mie-Theorie (Kap. 2.1.3.2), enthält "pilk_fg3906" wahrscheinlich Streuzentren mit größerem Durchmesser als "pilk_fg3905", was eine stärkere Lokalisation der Phasenfunktion um die Vorwärtsrichtung bewirkt.

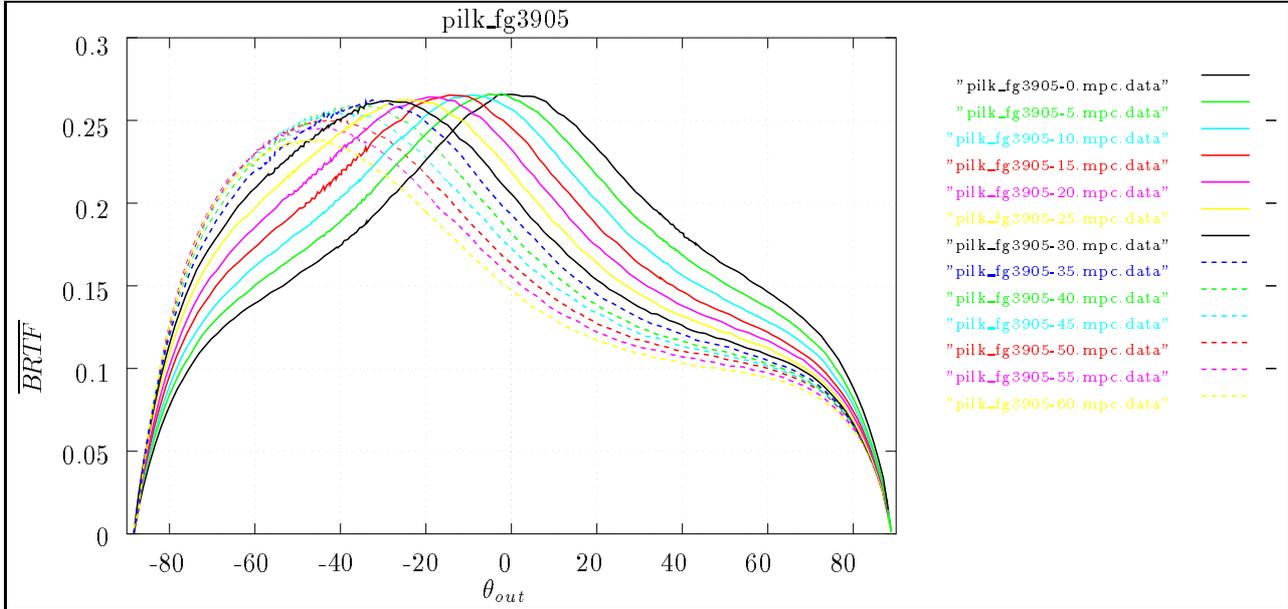


Abbildung 6.3: Polymerschicht \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ .. 75^\circ]$ in 5° Schritten

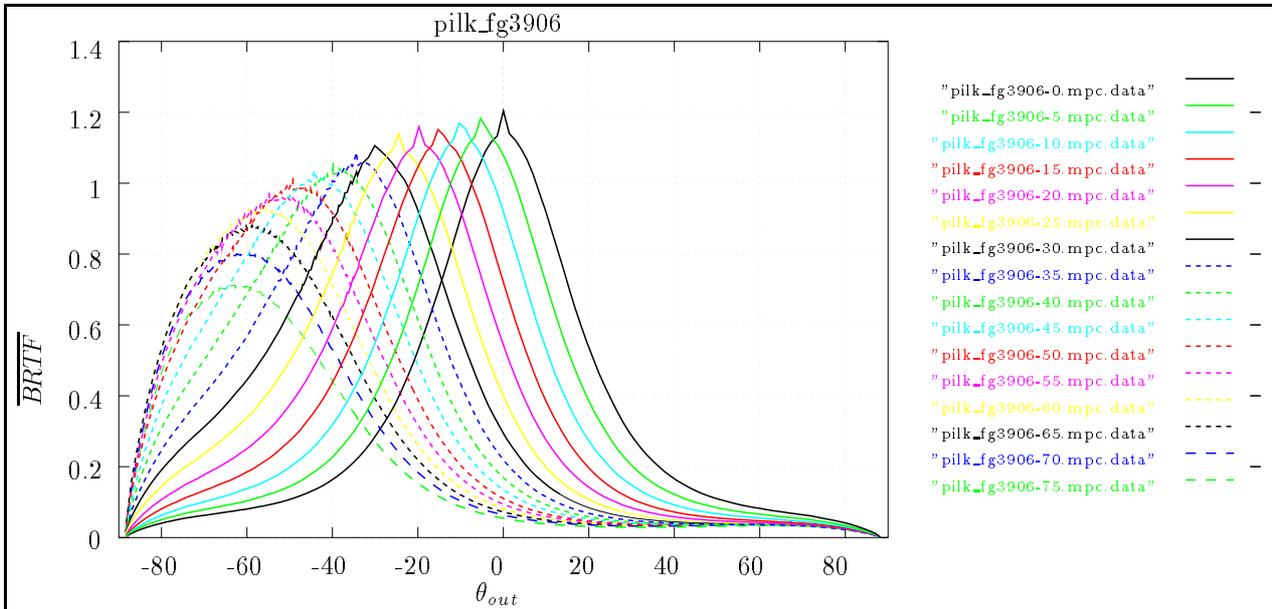
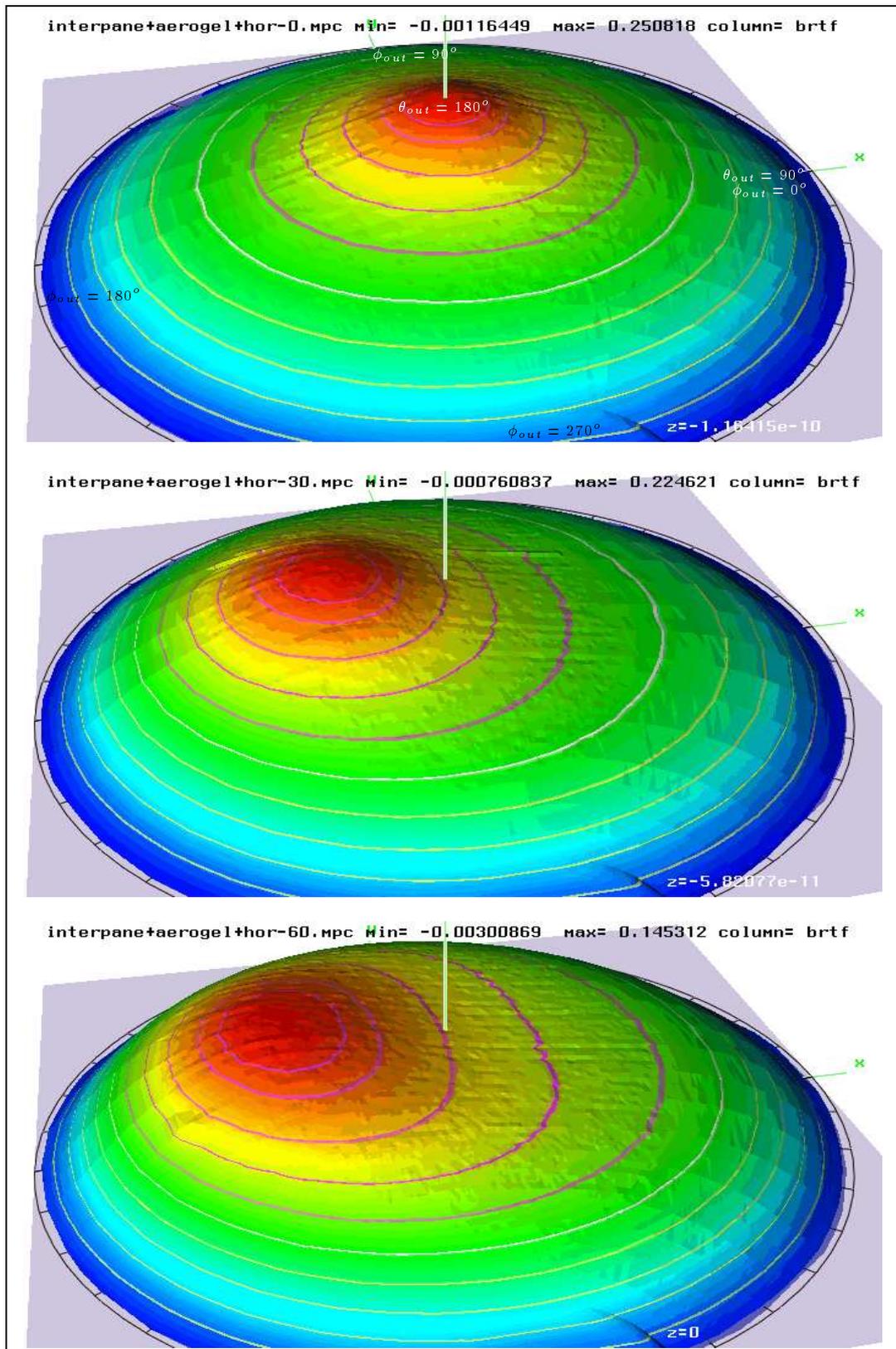
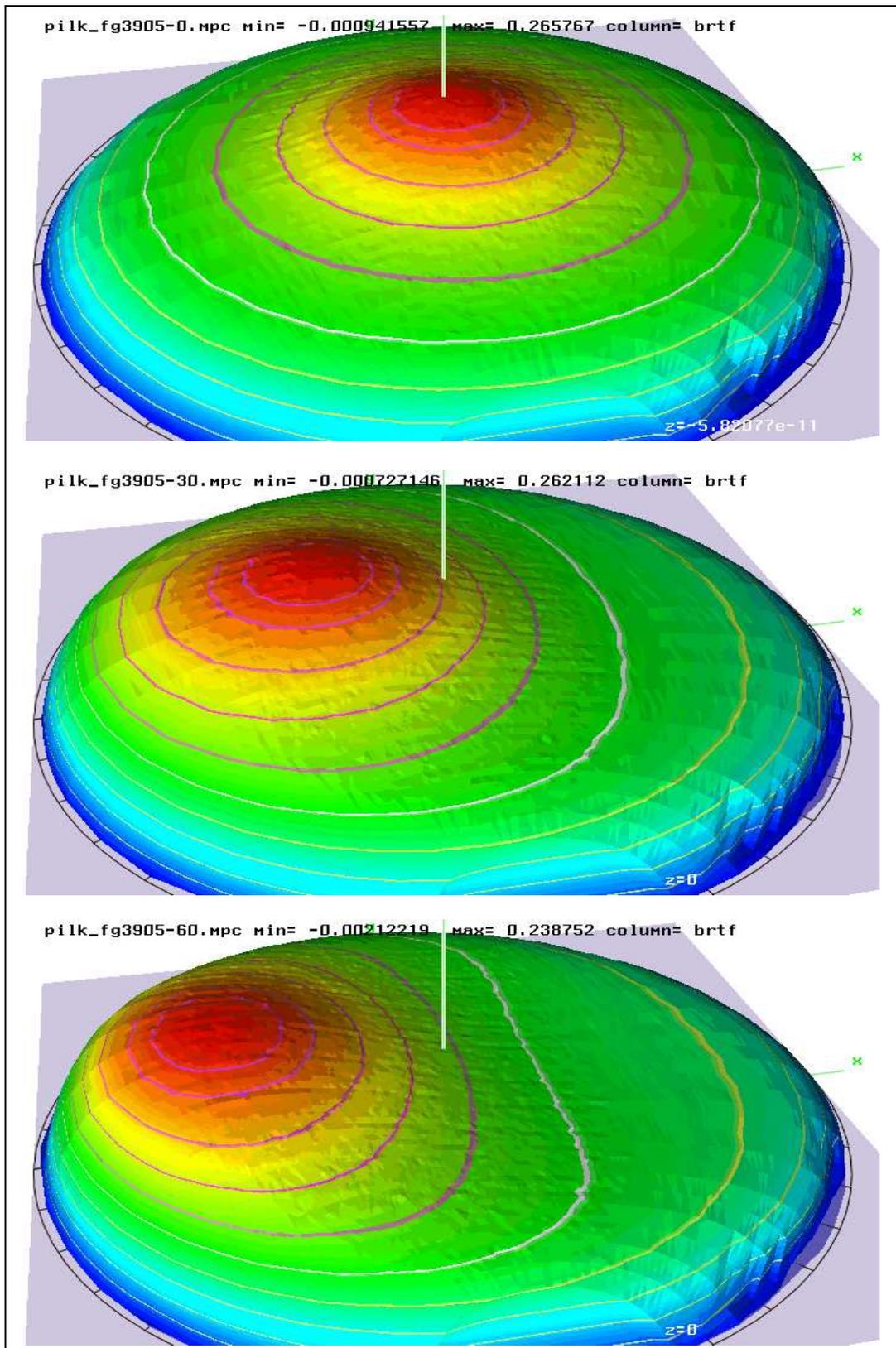


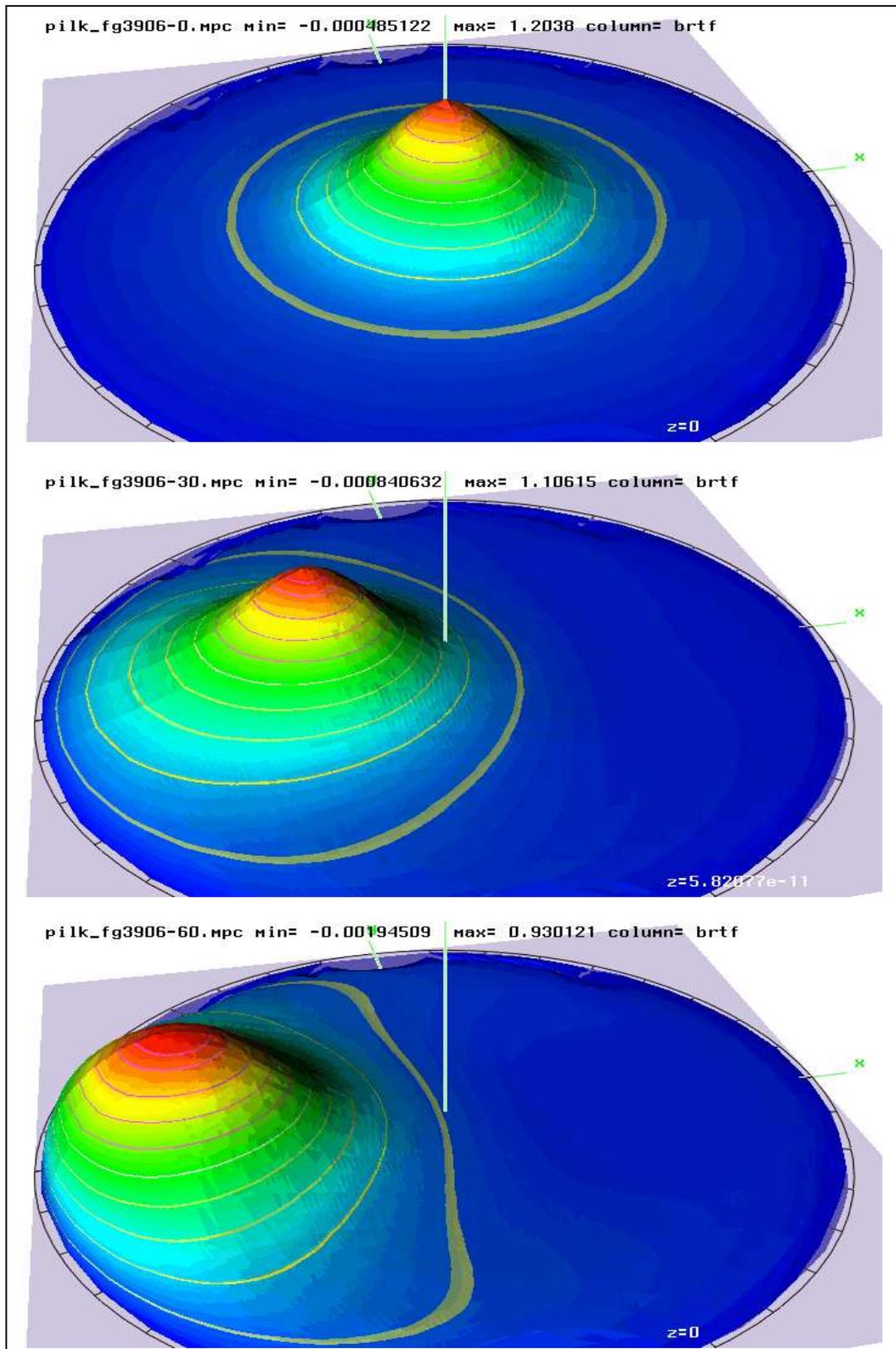
Abbildung 6.4: Polymerschicht \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ .. 75^\circ]$ in 5° Schritten

6.1.2 Streuverteilung (\overline{BRTF}) außerhalb der Streuebene

Für den gesamten Ausfallwinkelbereich $\theta_{out} = [90..180]$, $\phi_{out} = [0..360]$ sind die Daten als "3d-Gebirge" über einem $\theta - \phi$ -Gitter (Projektion der Hemispähre auf einen Kreis) aufgetragen. Die Richtung parallel zur Flächennormale ist die Achse in Bildmitte, die Richtungen parallel zur Fläche liegen am Rand des "Pfannkuchens" (polständige azimutal äquidistante Projektion). Linien mit konstanten ϕ_{out} -Werten bilden Geraden, Linien mit konstanten θ_{out} -Werten bilden konzentrische Kreise. Der $BRTF$ -Wert ist proportional der Höhe über der Fläche. Der Maßstab der z-Achse ist dabei für jedes Bild passend gewählt und als Kopfzeile im Bild enthalten (min/max Angabe). Die Farbwahl ist blau-grün-gelb-rot proportional zum Meßwert, unabhängig von den absoluten Minimum/Maximumwerten. Höhenlinien sind bei 10,20,30,40,50,60,70,80,90 und 95% des Maximalwerts eingeblendet, die 50% Linie ist hell weiß.

Abbildung 6.5: Aerogel \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

Abbildung 6.6: Polymerschicht \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

Abbildung 6.7: Polymerschicht \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

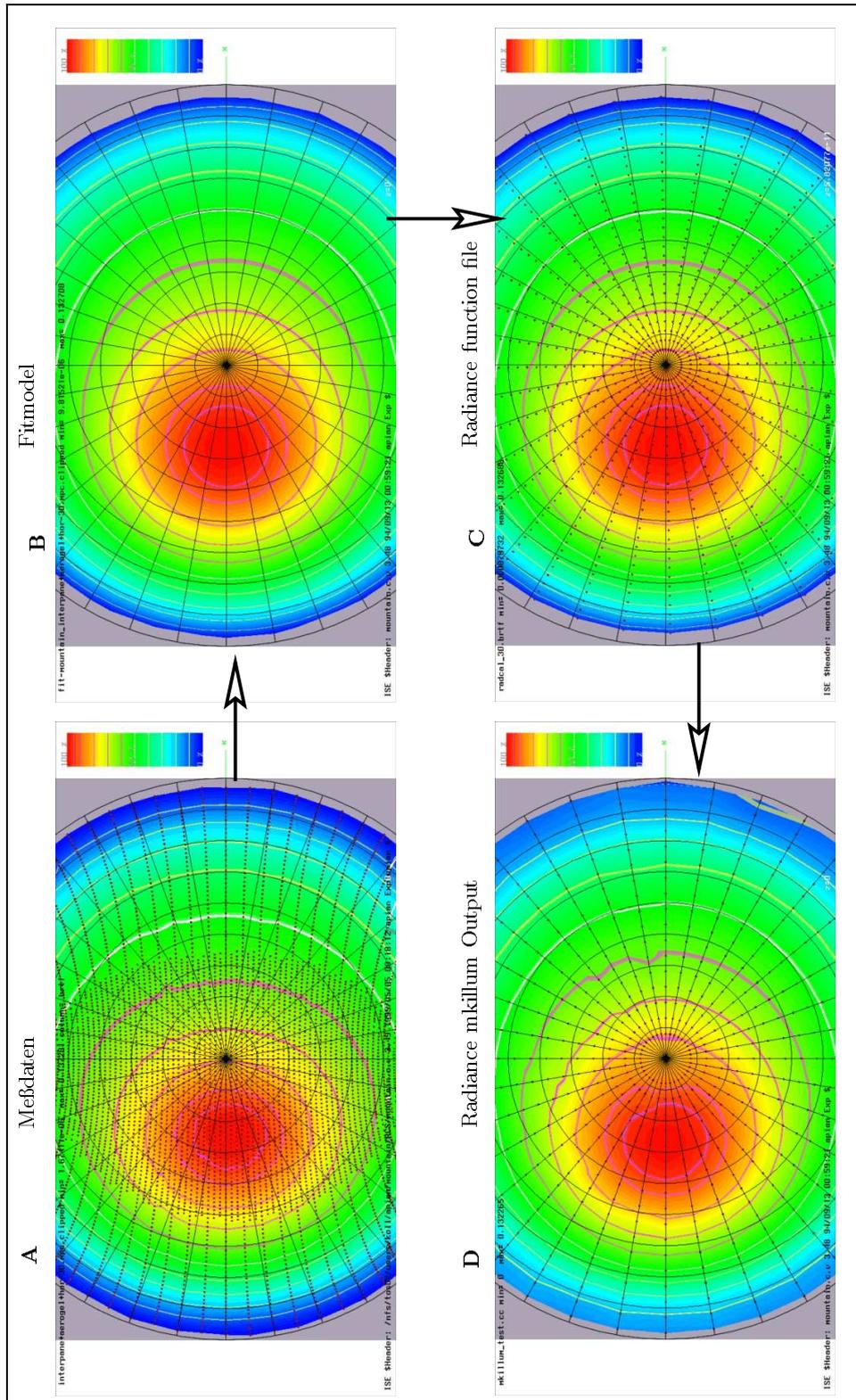


Abbildung 6.8: Der Weg der Modellierung von den Meßdaten, über das Modell im Fitprogramm (C-Programm), das RADIANCE function-file (function file Syntax) bis zur Verwendung des Modells im RADIANCE Programm *mkillum*. Die Meßpunkte und die Testpunkte sind als Punkte im Polarplot (Aufsicht auf das 3d-Gebirge) eingezeichnet. Die Ähnlichkeit der Plots ist ein Test für die richtige Modellierung des Materials (\leftrightarrow Kap. 7.4.1). Das verwendete Modell ist "cosgauss" am Beispiel des Aerogel-Materials für $\theta_{in} = 30^\circ$. Zur Übereinstimmung von Modell und Meßdaten siehe auch Abb. 6.9.

6.1.3 Modellierung durch Streufunktionen (in Streuebene)

Zur Definition von θ_{out} siehe Kap. 6.1.1. Als Modelle der Streuverteilung werden eine RADIANCE-interne Funktionen und ein hier neu vorgeschlagenes Modell verwendet, die beide an die Daten angefitet werden. Für die Beurteilung des Fits ist zu berücksichtigen, daß der Fit die Gesamtheit der Daten (auch außerhalb der Streuebene) umfaßt, von denen in den Plots nur ein Teil (in der Streuebene) dargestellt ist (Schnitt entlang $\phi_{out} = 0^\circ$ oder 180°). Der beste Fit der gesamten Daten ist *nicht* notwendigerweise der beste Fit für die Daten $\phi_{out} = 0^\circ$ oder 180° .

Der nicht-lineare Fit liefert auch Abschätzungen der Fehler (σ_i der einzelnen Parameter), die hier exemplarisch für Aerogel, $\theta_{in} = 0^\circ$ wiedergegeben werden:

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.0281151 \pm 0.00017 \\ a_2 &= 0.21526 \pm 0.00013 \\ a_3 &= 0.688977 \pm 0.0012 \\ a_4 &= 0.0626942 \pm 9.5e - 05 \\ a_5 &= 1.83586 \pm 0.0061 \\ a_6 &= 0.0120551 \pm 0.0019 \end{aligned}$$

Die kleinen Fehlergrenzen korrelieren mit einem passenden Fit, d.h. mit einer guten Übereinstimmung zwischen Modell und Meßwerten. Im weiteren lassen sich die Modelle gut an Hand der Kurven vergleichen, auf eine jeweilige Angabe der σ_i wird daher verzichtet.

Für die Fits mit der RADIANCE-internen *trans* Funktion (Gl. A.6) liegt das Problem darin, daß diese Funktion den forward-peak nur in Richtung der Einfallrichtung modelliert. Je weiter der peak von der Vorwärtsrichtung abweicht (für große Einfallrichtung) desto schlechter wird deshalb die erzielbare Übereinstimmung. Für Aerogel und $\theta_{in} = 60^\circ$ in Abb. 6.12 wird die Kurve fast nur noch (ungenügend) durch den konstanten Anteil des Modells approximiert. Für Polymermaterial (Abb. 6.13), dessen Schichtdicke kleiner ist als die von Aerogel, ist die Abweichung zwischen forward-peak und Vorwärtsrichtung kleiner (\leftrightarrow Abb. 6.2), deshalb ist die hier erzielbare Übereinstimmung mit den Meßdaten besser. Für stark vorwärtsstreuende Materialien (Abb. 6.14) ist die Übereinstimmung zwischen *trans*-Modell und Meßdaten am besten.

Diese Kurven mit dem RADIANCE-internen Modell sind hier ausführlich aufgeführt, da es (a) der erste Vergleich des RADIANCE-internen Modells mit Meßdaten transluzenter Materialien überhaupt ist, und (b) die ungenügende Beschreibung mit dem radiance-internen Modell die Motivation zur Entwicklung des hier vorgestellten Aerogel-Modells war.

Der direkte Vorwärts-Peak in Abb. 6.14 und Abb. 6.11 wird getrennt in RADIANCE simuliert und ist nicht in diesen Plots enthalten.

In Abb. 6.15 sind die Parameter des Aerogel-Fits (6.9) für verschiedene Einfallswinkel aufgetragen, die schließlich das Modell für RADIANCE liefern.

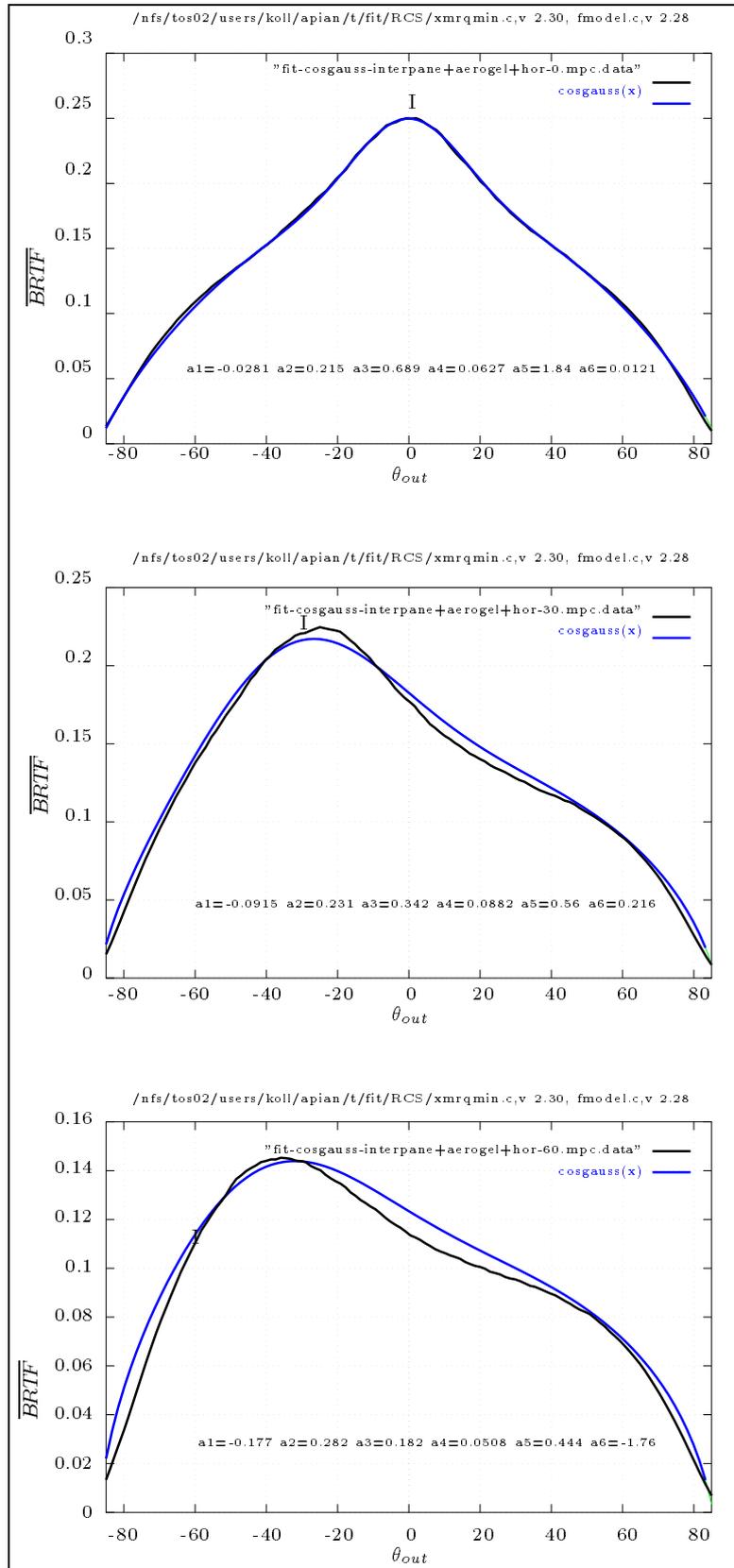


Abbildung 6.9: Aerogel Daten gefittet mit cosgauss Modell

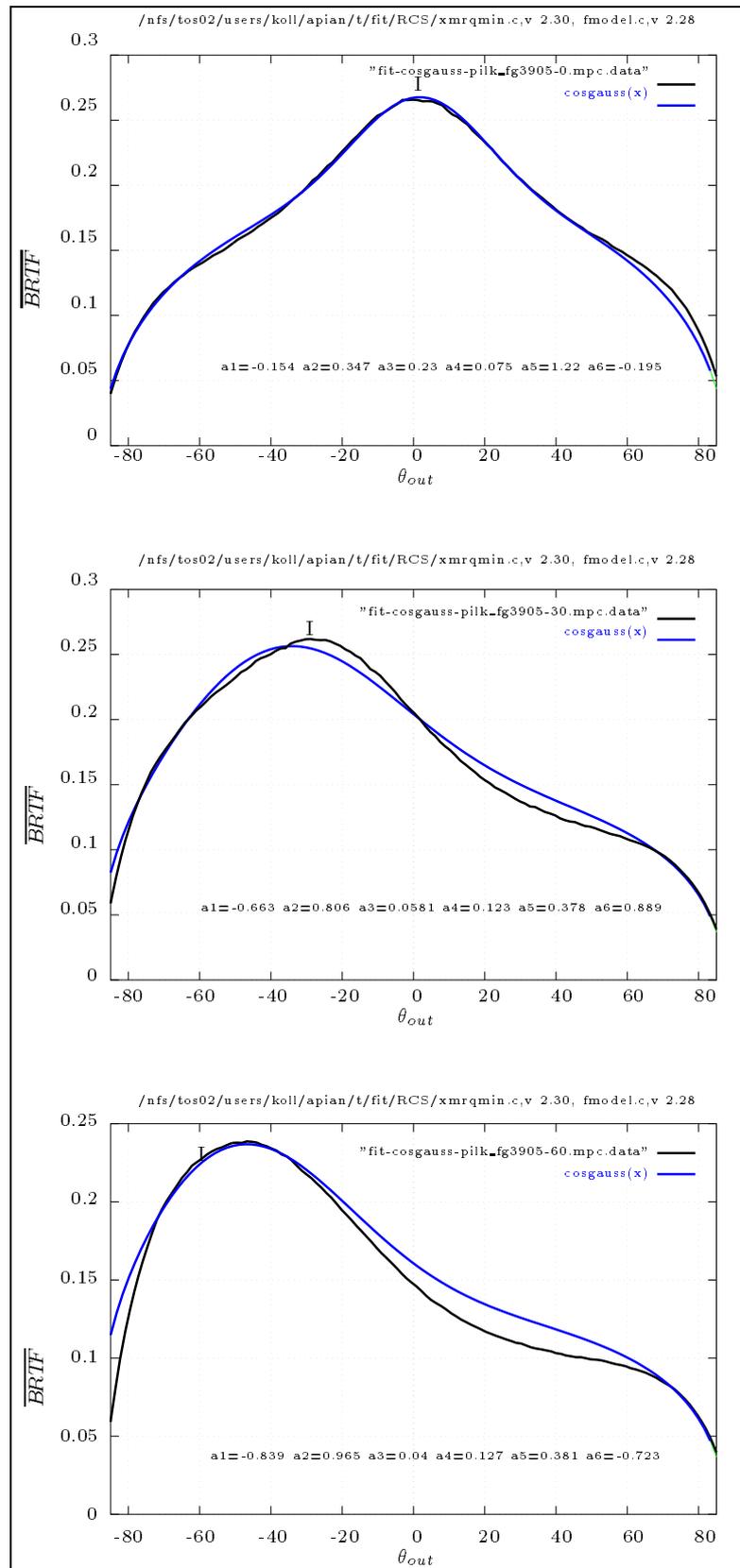


Abbildung 6.10: Polymermaterial gefittet mit cosgauss Modell

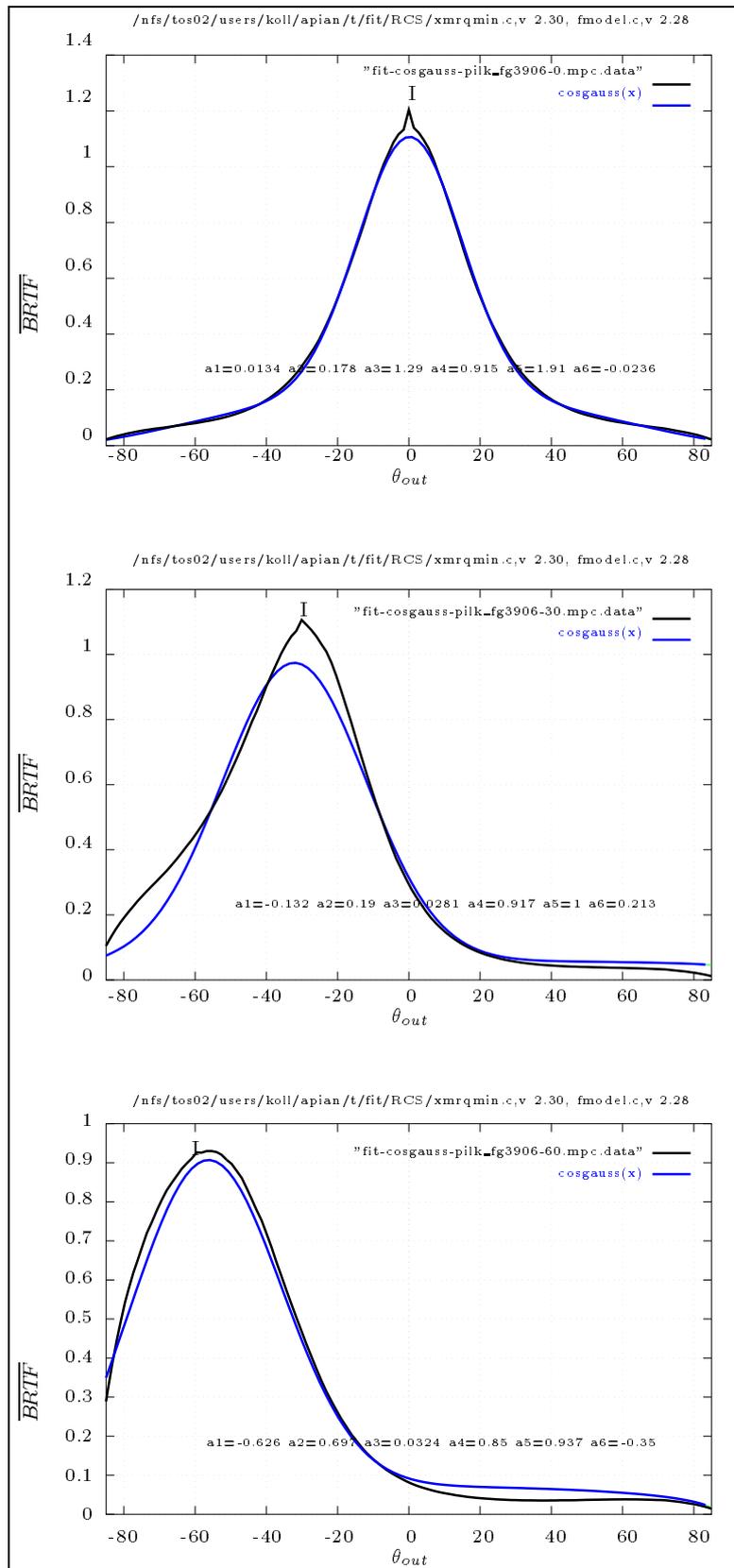


Abbildung 6.11: Polymer Material gefittet mit cosgauss Modell

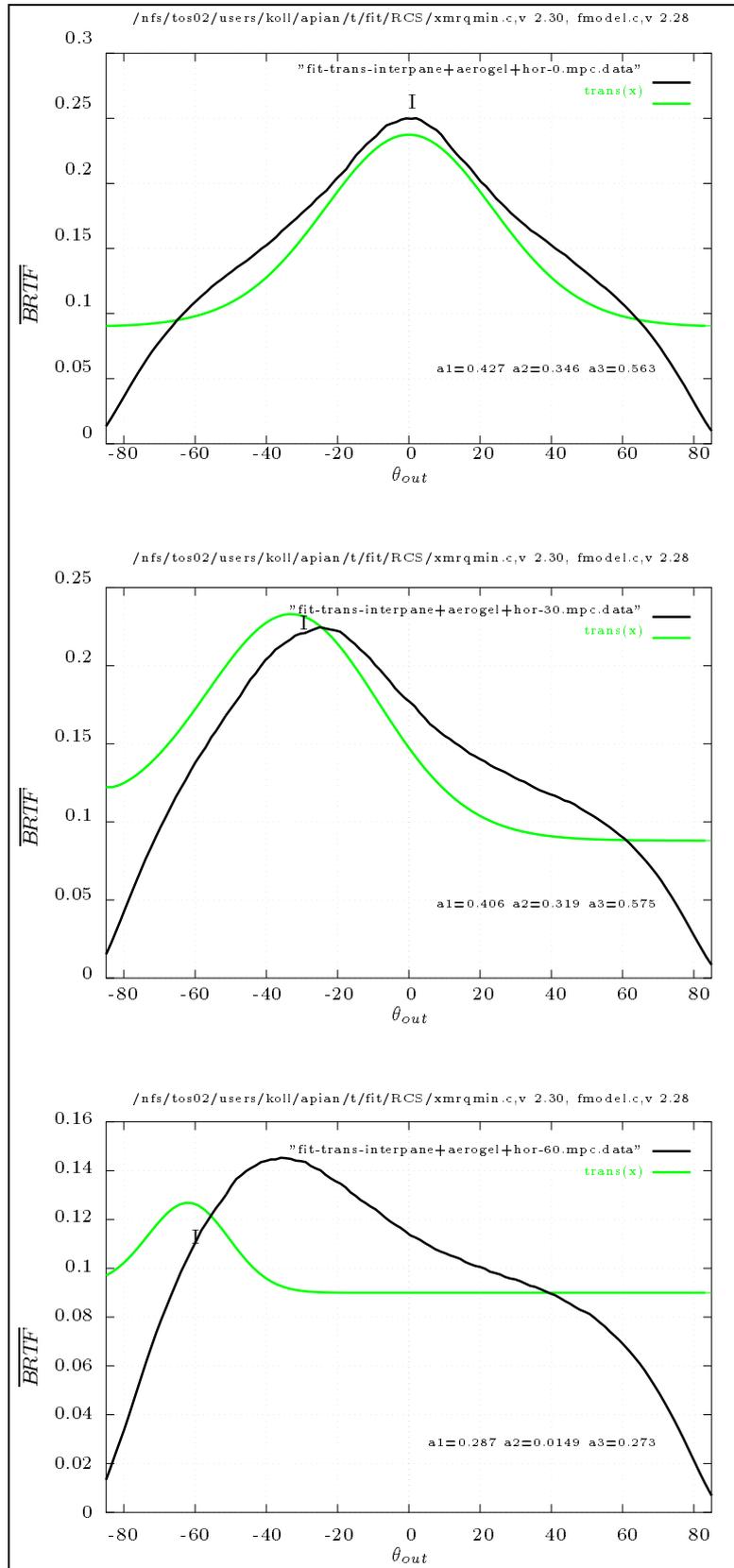


Abbildung 6.12: Aerogel gefittet mit RADIANCE interner trans Funktion. Dieses Modell berücksichtigt nicht den Versatz des Streulichts aus der Vorwärtsrichtung, was besonders bei $\theta_{in} = 60^\circ$ einen schlechten Fit ergibt.

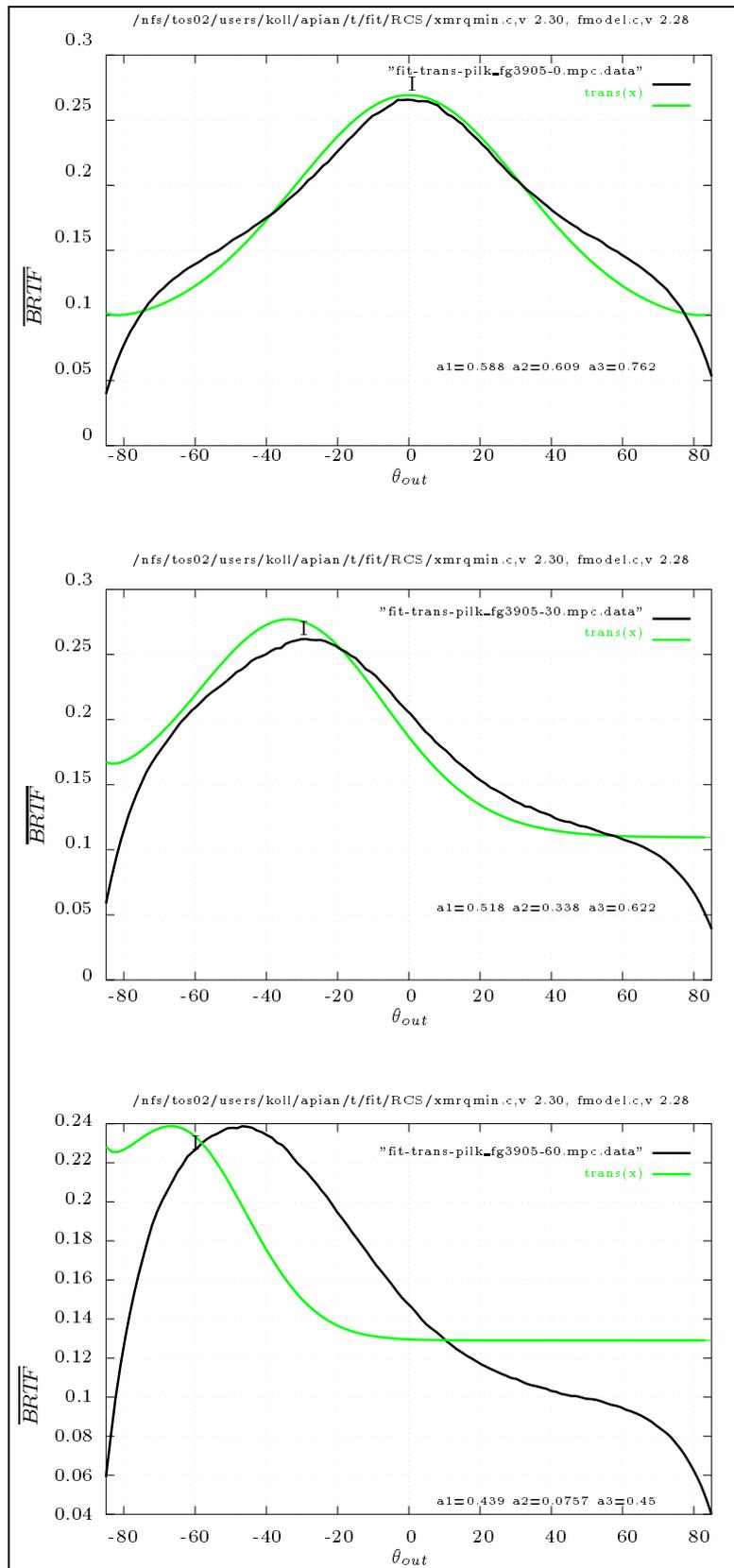


Abbildung 6.13: Polymermaterial gefittet mit RADIANCE interner Funktion trans. Analoge Probleme wie bei Aerogel

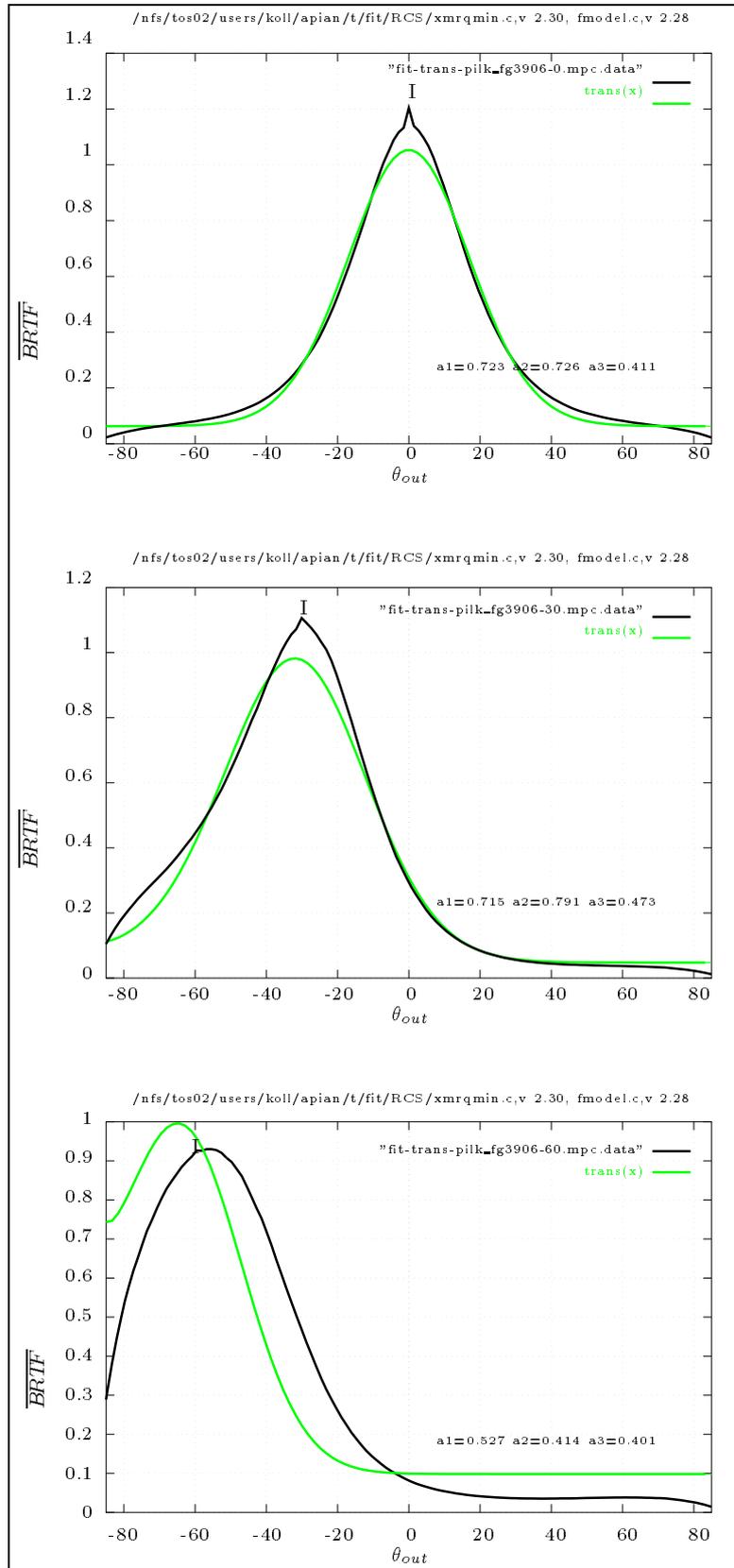


Abbildung 6.14: Polymermaterial gefittet mit RADIANCE interner Funktion $trans$. Bei diesem stark vorwärtsstreuenden Material ist der Fit relativ gut.

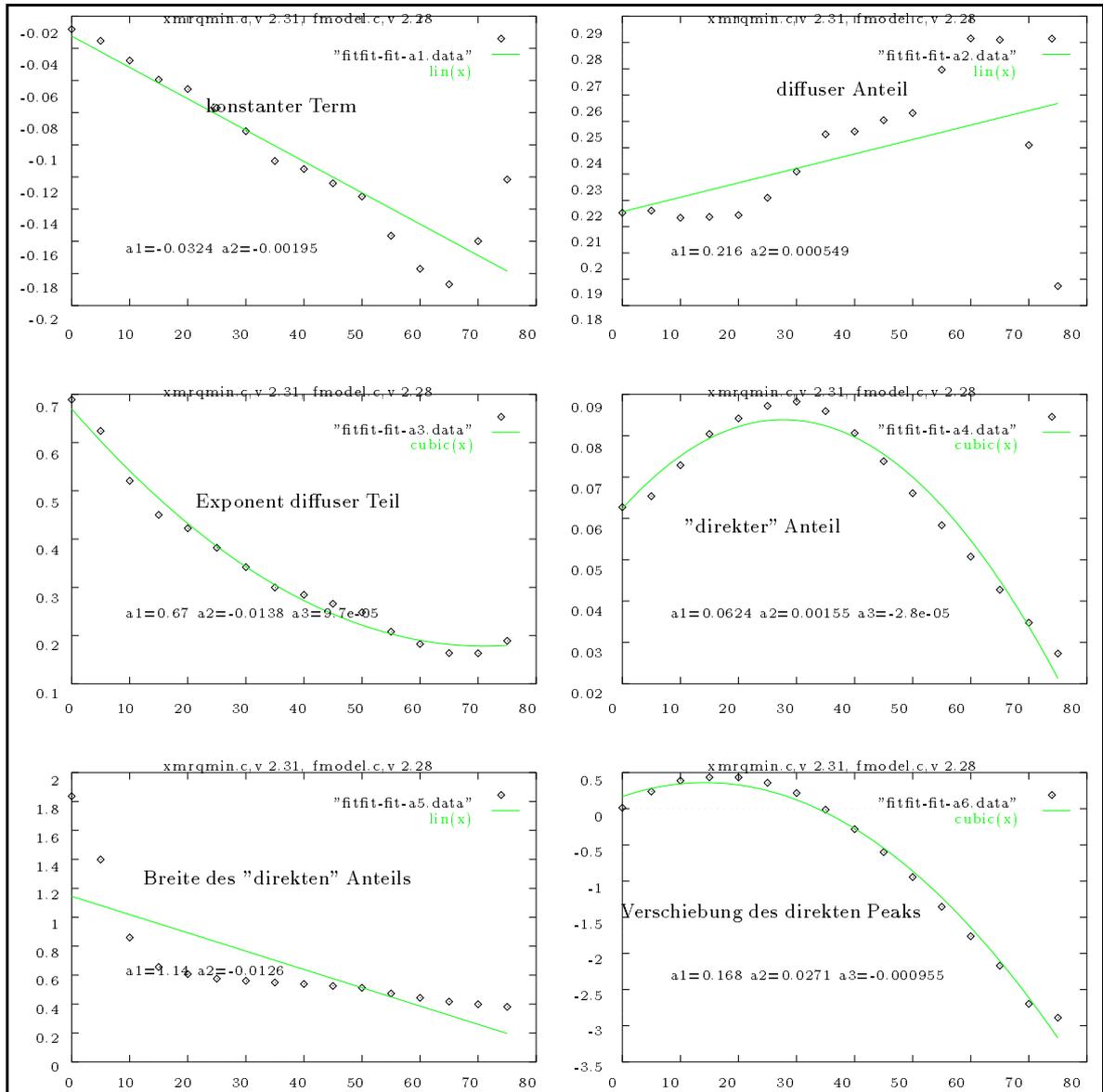


Abbildung 6.15: "cosgauss"-Parameter bei Aerogel-Probe für verschiedene Einfallswinkel θ_{in} .

Eingetragen sind die Bedeutung der Parameter a_1 bis a_6 . Die Funktion ist (Def. 5.2):

$$\begin{aligned}
 BR_{TF}^{cosgauss} &:= a_1 + a_2(\cos \theta)^{a_3} + a_4 \exp(-\beta^2 10a_5) \\
 \beta &:= \arccos[\cos(\theta) \cos(\alpha_{in} + 10a_6) - \sin(\theta) \cos(\phi_{out}) \sin(\alpha_{in} + 10a_6)] \\
 \theta &:= \pi - \theta_{out}
 \end{aligned}$$

Der Parameter a_6 gibt die Abweichung des direkten Peaks von der Vorwärtsrichtung an, die negativen Werte für große θ_{in} sind die Verschiebung des Vorwärts-Peaks in Richtung der Flächennormalen (\hookrightarrow Abb. 6.2).

6.1.4 Modell und Meßdatenvergleich außerhalb der Streuebene

Bei diesem Vergleich zwischen Modell und Meßdaten definiert das Modell die dargestellte Fläche und die Abweichung zu den Meßdaten sind als kleine Säulen bei jedem Meßpunkt dargestellt. Die interaktive Visualisierung am Bildschirm ist aussagefähiger als diese statische Bildschirmkopien, und war eine wesentliche Hilfe bei der Analyse des Meßdaten.

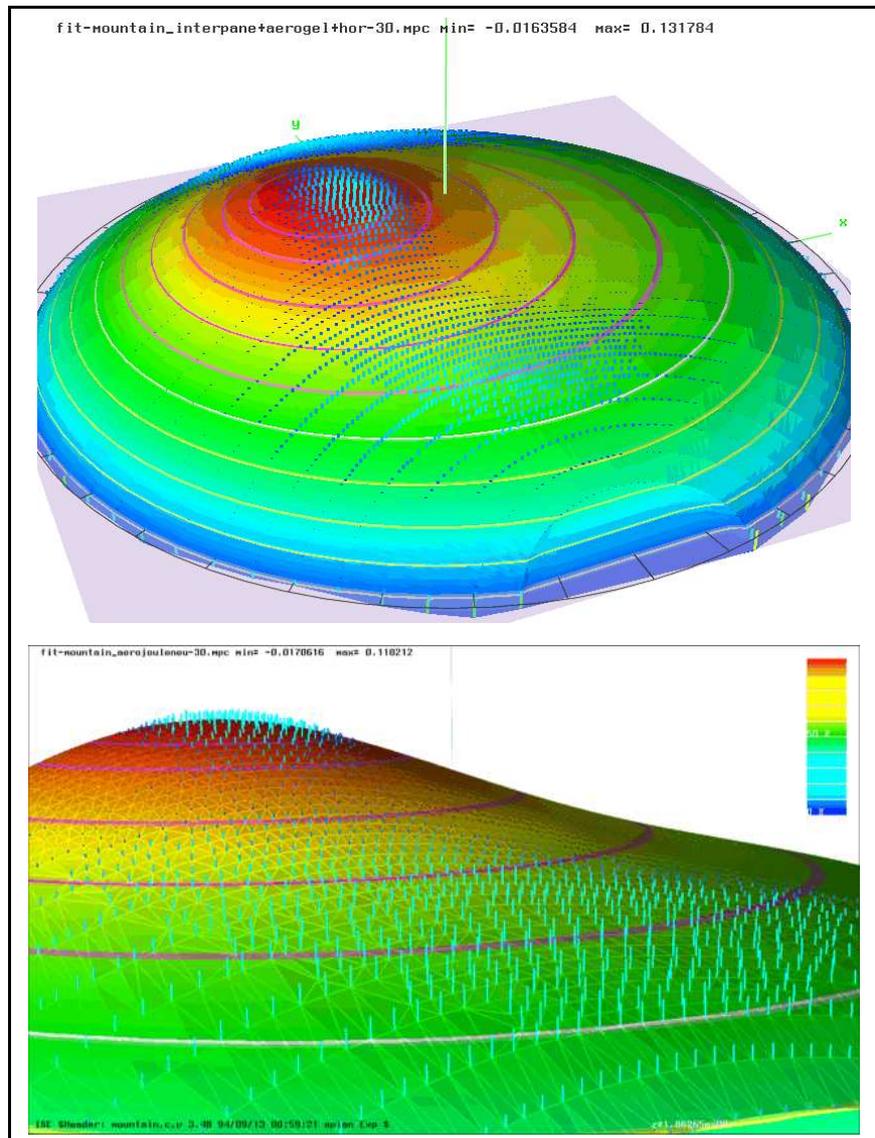


Abbildung 6.16: Vergleich des Modells (Fläche) mit den Meßdaten (Säule pro Meßpunkt)

6.1.5 Vergleich mit Ulbrichtkugeln-Messungen

In Abb. 6.17 sind Vergleiche zwischen numerisch aufintegrierten Werten (mit der in Kap. 3.5 beschriebenen Methode der Voronoi-Zellen) und Messungen von τ_{dh} mit Ulbricht-Kugeln gegeben. Soweit dem Autor bekannt, sind dies die ersten Vergleiche zwischen Goniophotometer- und Ulbrichtkugel-Messungen auf der Grundlage numerischer Integration überhaupt. Die letzteren liegen tendenziell höher, und diese Abweichung ist Gegenstand weiterer Untersuchungen, sowohl auf der Seite des Goniophotometers, wie auch auf Seite der Ulbrichtkugeln.

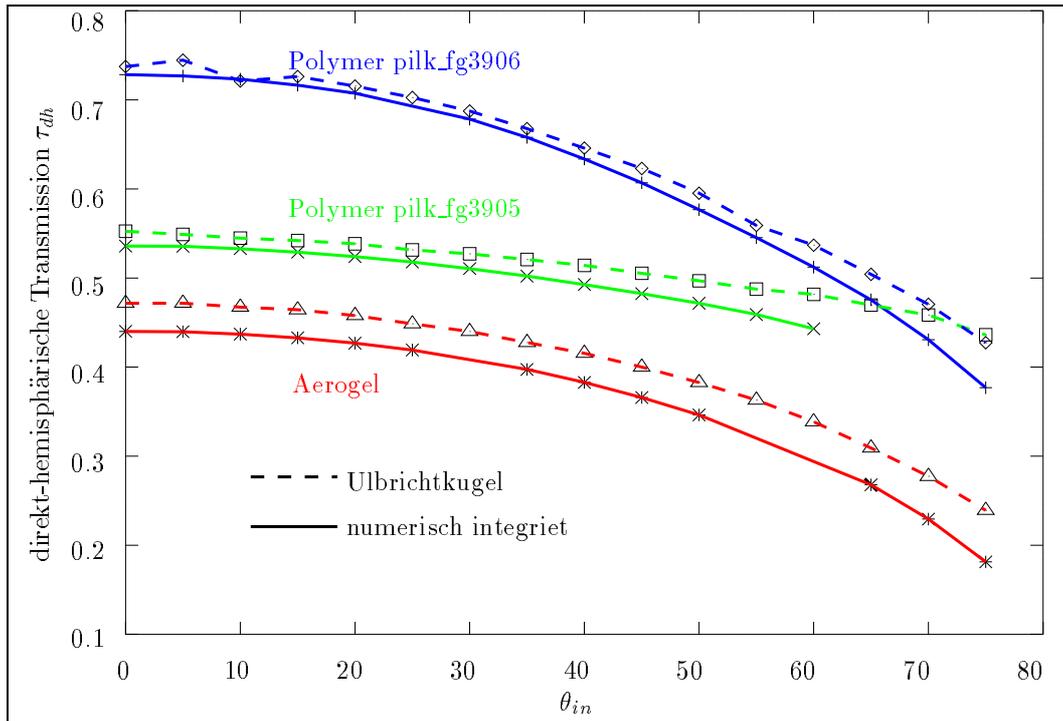


Abbildung 6.17: Integrierte Goniophotometer-Meßwerte und Ulbrichtkugel-Messungen

6.1.6 Querschnitts des Einfallstrahls

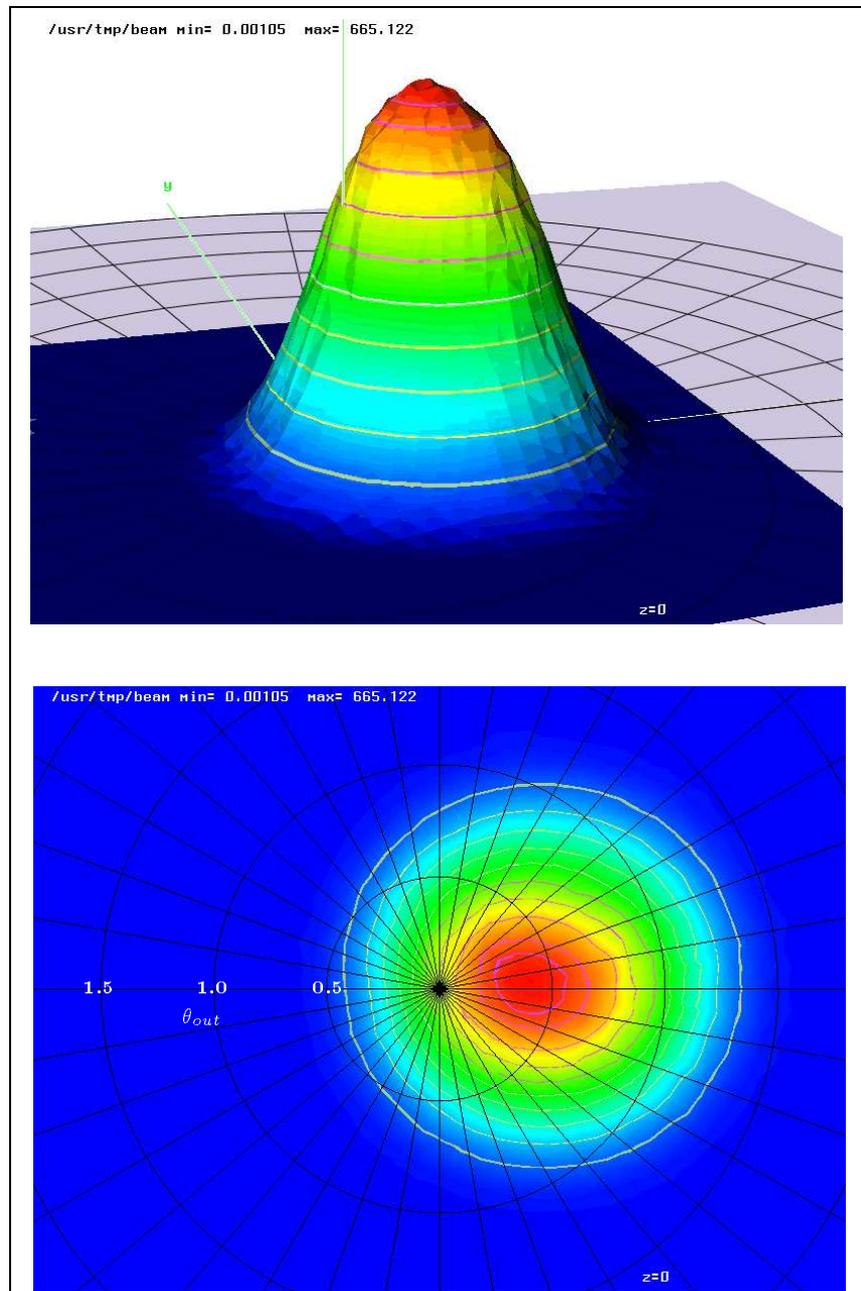


Abbildung 6.18: Gaussförmiger Strahlquerschnitt als 3d-Plot und Polarplot. Der θ_{out} Winkel ist um einen Faktor 20 gegenüber den Material-Plots vergrößert. In diesem Fall ist die Strahlmitte um 0.5° gegenüber der Symmetrieachse verschoben.

6.1.7 Beispiel für Wabenmaterial

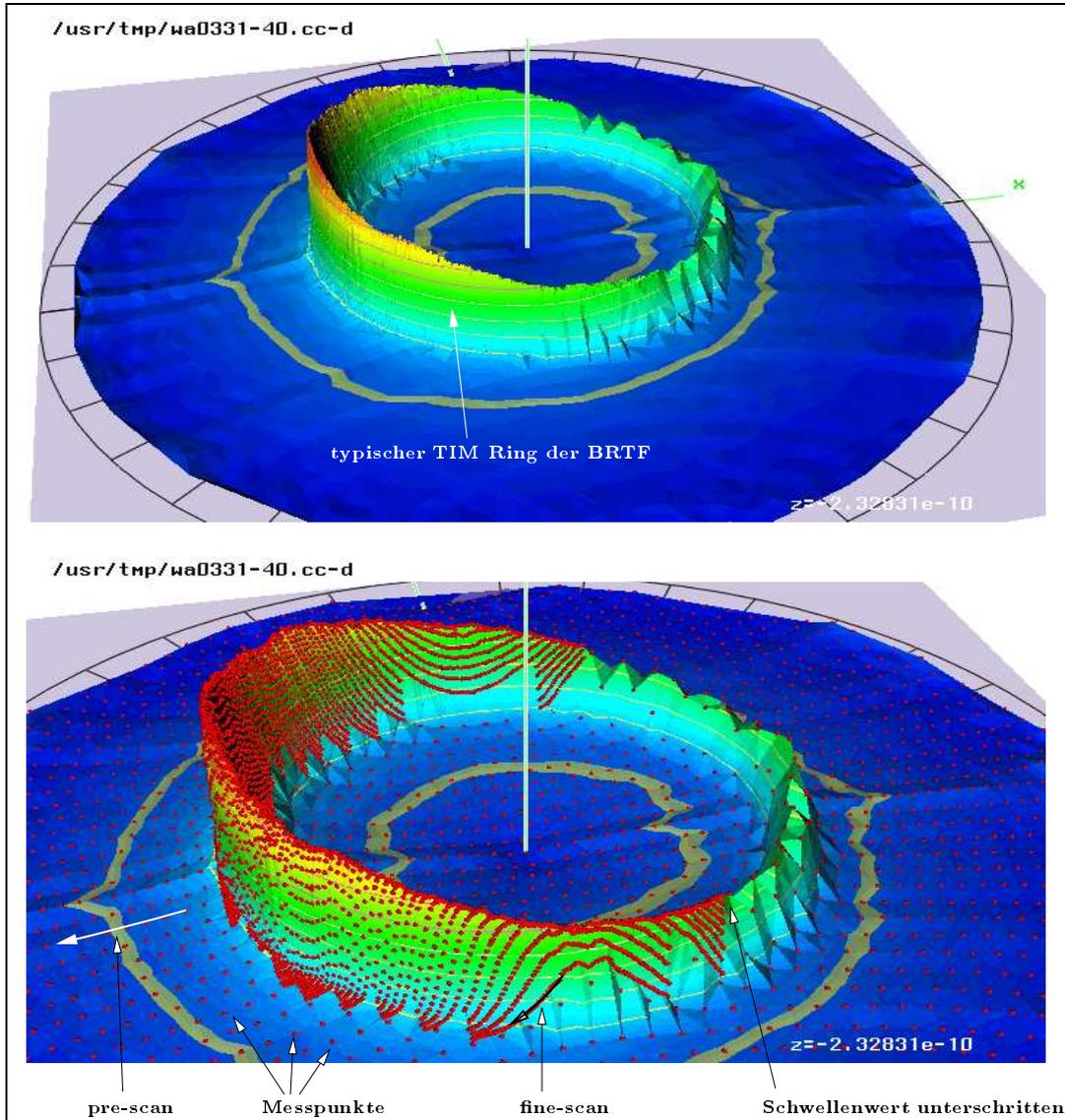


Abbildung 6.19: Wabenmaterial mit typischem \overline{BRTF} Ring. Im unteren Bild sind die Meßpunkte als rote Kugeln eingezeichnet, um die adaptive Winkelauflösung zu zeigen.

6.1.8 Einfluß der Referenzmessung auf die Korrektur der Meßwerte

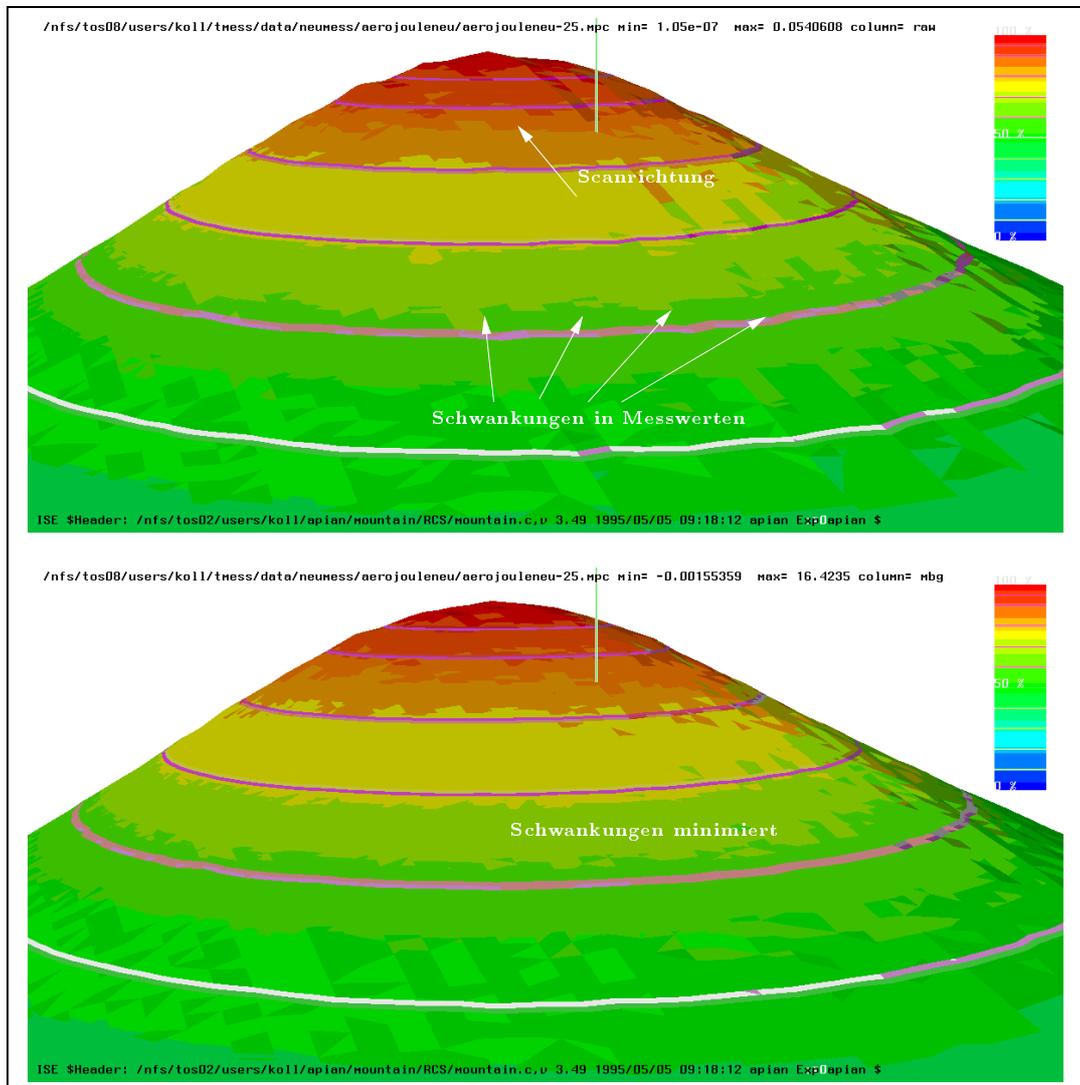


Abbildung 6.20: Unkorrigierte Meßwerte (oben) und mit Referenzdetektor korrigierte (unten)

6.2 Auswertung mit numerischer Lösung der STG

Ziel der hier beschriebenen Auswertung ist die Bestimmung mikroskopischen Parameter (\leftrightarrow Kap. 2.1.3.3) für die Aerogel-Daten. Dies setzt Jörg Ferber's Arbeit ([Fer94]) fort, indem das Modell der internen Mehrfachstreuung mit einer neuen Methode an neu vorliegende Daten angefitet wird. Der Umbau der Meßapparatur ergab genauere Meßdaten als zur Fertigstellung von [Fer94] vorlagen und durch die neue, hier beschriebene, Verwendung eines Fits werden die bestmöglichen Parameter der Mehrfachstreuung bestimmt.

6.2.1 Durchführung

Dazu wird die n-Kanal Berechnung der Mehrfachstreuung (\leftrightarrow Kap. 2.1.3.4, [Fer94]) mit dem Prinzip des nicht-linearen Fits (\leftrightarrow Kap. 5.2.2) verknüpft: Die n-Kanal Berechnungen werden dazu als Modell angesehen, dessen n Parameter an die Meßdaten angefitet werden. Die Levenberg-Marquardt Methode eines nicht-linearen Fits benötigt ein Modell, das für einen Parametersatz $a_1 \dots a_j \dots a_N$ die Funktionswerte f_i ($i \in [1, N_{data}]$) und die partiellen Ableitungen $\partial f_i / \partial a_j$ an den Stellen (θ_i, ϕ_i) liefert.

Da keine analytische Lösung der Mehrfachstreuung vorliegt, müssen die Ableitungen numerisch bestimmt werden. Damit wird pro Meßpunkt (θ_i, ϕ_i) das Modellprogramm $3N$ -Mal aufgerufen (ein Funktionswert, zwei weitere Punkte für die Ableitung), was bei mindestens 60 Meßpunkten und einer Rechenzeit von ca. 1.4 Minute für einen Parametersatz (bei $\theta_{in} = 30^\circ$ auf einer HP735 Workstation) den Fit-Algorithmus unpraktikabel langsam macht. Offensichtlich muß entweder die Anzahl der Meßpunkte reduziert werden, oder (besser) zwischen Jörg Ferber's Modellprogramm und dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus wird ein Zwischenspeicher (Buffer) verwendet, der die Anzahl der Aufrufe des Modellprogramms drastisch reduziert.

Die n-Kanal Berechnung der Mehrfachstreuung liefert die Strahldichte für diskrete Ausfallswinkel ([Fer94, Seite 95]), die durch die Stützstellen der verwendeten Gaussquadratur gegeben sind (im folgenden *Gausswinkel* genannt). Jörg Ferber [Fer94] schlägt eine Interpolation zu beliebigen Winkeln durch Interpolation der Eigenvektoren des zugrundeliegenden Differentialgleichungssystems vor, dies ist aber für diese Anwendung zu aufwendig. Deshalb war die erste Idee, die Meßdaten und Modelle direkt an den Gausswinkeln zu vergleichen. Aus den vorliegenden Meßwerten werden dazu die Werte in den n-Kanälen durch Mittelung gebildet, und der Fit an diesen (ca. 25) Stützstellen durchgeführt. Obgleich der Fit konvergierte, waren die aus dem Fitalgorithmus bestimmten Standardabweichungen σ_i der Parameter a_i viel zu groß (typische Werte $\sigma = 11 \pm 60$), was auf die geringe Zahl von Stützstellen ($N_{data} = 25$) zurückgeführt wurde.

In einem zweiten Ansatz wurden alle ($N_{data} \approx 5000$) Meßpunkte verwendet, und als Modellwerte an diesen Stellen wurden linear interpolierte Werte des Modellprogramms verwendet. Die Verwendung eines oben beschriebenen Zwischenspeichers beschleunigte den Fit um ca. einen Faktor 100. Zusätzlich zu senkrechter Lichteinfallrichtung ($\theta_{in} = 0^\circ$) wurde Meßwerte für $\theta_{in} = 30^\circ$ und 60° ausgewertet.⁴

6.2.2 Ergebnisse

Das verwendete Modell der Einzelstreuung leitet sich aus dem Aufbau des Aerogel-Materials ab: Es handelt sich um eine Schüttung aus Aerogel-Granulat mit 2-6mm Durchmesser. Die in den einzelnen Aerogelkügelchen enthaltenen Luftporen von ca. 10nm Durchmesser verursachen Rayleigh-Streuung, während die Streuung an den Kugeloberflächen als geometrische Optik (Regenbogenproblem, \leftrightarrow Kap. 2.1.3.2) approximiert werden kann. Das Modell der Phasenfunktion ist damit eine gewichtete Summe aus Rayleigh-Streuung (2.18) und geometrischer Optik (2.19):

$$p(\theta_{out}) = f_g \frac{16(n-1)^2}{[4(n-1)^2 + \theta_{out}^2]^2} + (1-f_g) \frac{3}{4} \{1 + \cos^2 \theta_{out}\} \quad (6.1)$$

⁴Da für nicht senkrechte Einfallrichtung die Strahldichteverteilung nicht rotationssymmetrisch zur Flächennormale ist, wurde hierfür nur die Daten in der Streuebene ausgewertet.

Wobei n der mittlere Brechungsindex von Aerogel ist und f_g der Anteil geometrischer Streuung. Wie in Kap. 2.1.3.4 beschrieben, wird p nach Legendrepolynomen entwickelt, deren Koeffizienten (2.22)⁵ in der numerischen Lösung der Strahlungstransportgleichung verwendet werden. Zur Kontrolle der Konvergenz dieser Entwicklung sind in Abb. 6.21 $p(\theta_{out})$ und die Summe der mit a_i gewichteten Legendre-Polynome aufgetragen. Während der Rayleigh-Anteil exakt darstellbar ist (durch P_2), reicht die Entwicklung bis $l=22$ zur exakten Darstellung des geometrischen Anteils in Rückwärtsrichtung nicht völlig aus. Diese Abweichung wurde im weiteren vernachlässigt, da das Modell stark vorwärtsstreuend ist.⁶

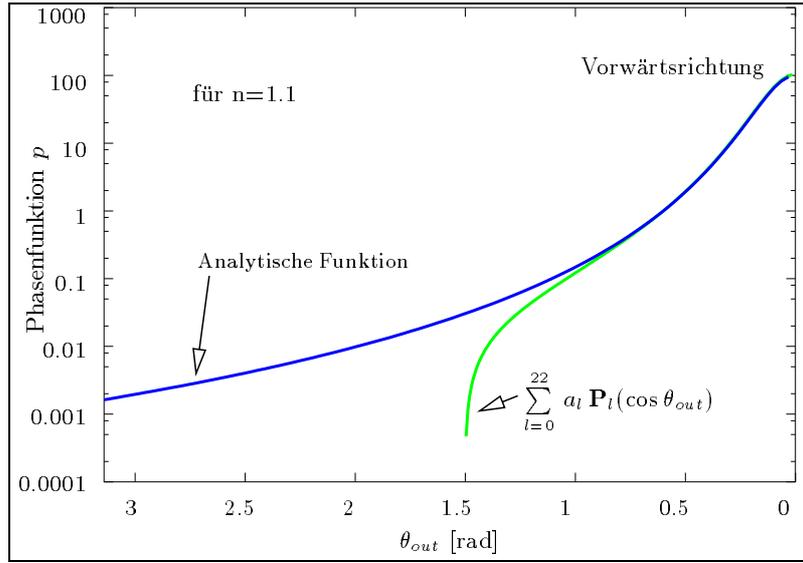


Abbildung 6.21: Aerogel Phasenfunktion und deren Legendreentwicklung

Das Programm zur Berechnung der Mehrfachstreuung verwendet zusätzlich zu dem Parameter f_g der Phasenfunktion noch folgende Parameter der Probe:⁷ Den mittleren Brechungsindex n_{aero} des Aerogels, den Anteil der Streuung an der Extinktion (Albedo ω) und das Produkt aus geometrischer Dicke und Absorptionskoeffizient (optische Dicke T). Aus Literaturwerten ([Fer94]) ergeben sich dafür die Werte:⁸

Brechungsindex	$1.07 < n < 1.13$
Albedo	$\omega = 0.97$
optische Dicke	$T = 6.8$ (bei einer geometrischen Dicke von 20mm)
Anteil geom. Str.	$f_g = 0.8$

Die Ergebnisse der n-Kanal Berechnung der Mehrfachstreuung sind in Tabelle 6.1 zusammengefaßt und in Abb. 6.22 mit den Messungen verglichen. Daraus folgt:

⁵Eigentlich gehen nicht die a_i ein, sondern $\xi_i := (2n + 1) a_i$.

⁶So wird z.B. der Streuquerschnitt gleich dem geometrischen Querschnitt gesetzt (eigentlich ist ersterer doppelt so groß), weil die Winkelablenkung durch Beugung wesentlich kleiner ist als die Winkelauflösung des numerischen Verfahrens. Der durch Beugung ablenkte Teil wird dem ungestreuten zugeschlagen.

⁷Die Parameter der vorderen und hinteren Floatglasscheibe wurden aus der Literatur entnommen ($n = 1.5$, Absorption in 4mm Glasschicht 0.012) und durch den Fit nicht verändert.

⁸Leider findet sich für ω und T keine Fehlerabschätzung.

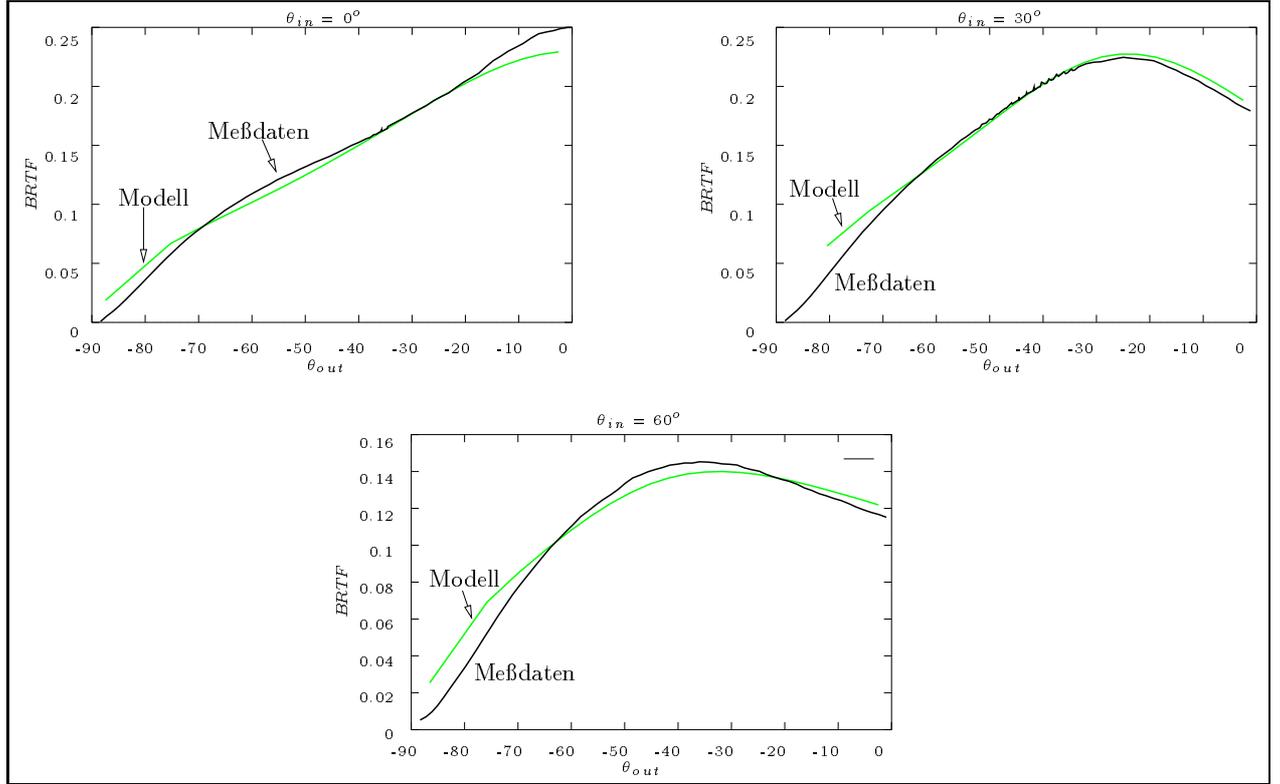


Abbildung 6.22: Meßdaten und Ergebnisse des Modells der Mehrkanalstreuung (geometrische Optik plus Rayleigh Streuung) für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

	N_{data}	Modellparameter			
		Brechungsindex n_{aero}	Albedo ω	optische Dicke T	Anteil der geo- metrischen Streuung f_g
$\theta_{in} = 0^\circ$	5466	$1.388 \pm 5e - 05$	0.889 ± 0.00037	3.942 ± 0.0055	1.357 ± 0.0024
$\theta_{in} = 30^\circ$	94	1.36 ± 1.4	0.86 ± 5.5	2.6 ± 30	1.0 ± 24
$\theta_{in} = 60^\circ$	65	1.33 ± 0.4	0.93 ± 1.5	3.2 ± 31	0.74 ± 18

Tabelle 6.1: Mikroskopische Parameter für 2cm granulares Aerogel

- Die Übereinstimmung zwischen Meßwerten und Modellrechnungen ist visuell gut, der verwendete Fit-Algorithmus findet ein Minimum der Abweichung χ^2 (\hookrightarrow Kap. 5.2.2). Die Lage des Maximums der BRTF wird richtig berechnet (Verschiebung durch Mehrfachstreuung im Material, \hookrightarrow Abb. 6.2).
- Der aus diesen Messungen bestimmte Brechungsindex von granularem Aerogel ist ca. 20% höher als der bisherige, durch winkelintegrale Messungen bestimmte Wert.
- Der Anteil der Streuung an der Extinktion (Albedo) liegt nahe am bisher bestimmten Wert.
- Das Modell beschreibt die Phasenfunktion jedoch nicht einwandfrei:
Der optimale Anteil der geometrischen Streuung liegt für $\theta_{in} = 0^\circ$ über Eins, dies ist vom Modell her unsinnig, da negative Gewichte für den Rayleigh Anteil folgen.
Für ein optimales Modell sollten die Parameter vom Einfallswinkel unabhängig sein. Dies ist beim vorliegenden Modell nicht der Fall. Die optische Dicke schwankt z.B. zwischen 2.6

und 3.9. Die größeren Standardabweichungen reichen zur Erklärung nicht aus, da sie durch die kleine Anzahl der Meßpunkte für $\theta_{in} = 30^\circ, 60^\circ$ bedingt werden. Der direkte Vergleich zwischen Meßwerten und Modell bestätigt, daß diese Parameter die Meßwerte bestmöglich, im Sinne der Minimierung von χ^2 , beschreiben.⁹

- Die in [Fer94] gegebene Erklärung, daß eine signifikante Verbreiterung des Peaks in Vorwärtsrichtung auf eine Winkelmittelung durch den Akzeptanzwinkel des Detektors zurückzuführen ist, konnte nicht nachvollzogen werden. Dagegen spricht u.a. die Winkelauflösung der Polymerdaten (Abb. 6.4), deren Vorwärtspeak stärker lokalisiert ist als der von Aerogel und bei gleicher Detektorgeometrie gut aufgelöst wird.

Diese Anwendung der Meßdaten ergibt die Notwendigkeit einer weiteren Entwicklung der Phasenfunktion zur Beschreibung der Lichtstreuung an Aerogel. Mit dem aufgezeigten Verfahren ist die Optimierung der mikroskopischen Modellparameter des Streuprozesses möglich, womit die Grundlage einer Validierung der Modell-Phasenfunktion zur Verfügung steht.

⁹Salopp gesagt: Die Parameter sind ok, aber das Modell nicht.

Kapitel 7

Anwendung in Tageslicht-Simulationsprogrammen

Die Probleme der Anwendung der Materialmeßdaten in Simulationsprogrammen lokalisieren sich um drei Schwerpunkte: Die physikalischen Grundlagen der radiometrischen Strahlungstransportgleichung, die die Lichtverteilung beschreibt, deren Lösungen, die meist aus der Computergrafik kommen, und die Einarbeitung der Materialmeßdaten selbst. Hinzu kommen Fragen zur Implementierung des Lösungsverfahrens. Ein anderes Problem ist, daß für Physiker die Computergrafik manchmal nur aus "bunten Bildern" besteht und für Entwickler der Computergrafik die Physik nicht relevant ist, solange ein Bild "realistisch" *aussieht*. Zur Lösung der Strahlungstransportgleichung müssen Konzepte aus beiden Bereichen verwendet werden, und zentrale Größe ist die auf das Auge einfallende oder von einer Fläche abgestrahlte Strahldichte \mathcal{L} . In diesem Kapitel soll versucht werden, kurz die notwendigen Grundlagen der Physik und der numerischen Lösung zusammenzustellen, um dann auf die Verwendung der Materialmeßdaten einzugehen, wobei Anmerkungen zum Simulationsprogramm (RADIANCE) gegeben werden.

7.1 Strahlungstransport zwischen Flächen (radiometrische Strahlungstransportgleichung)

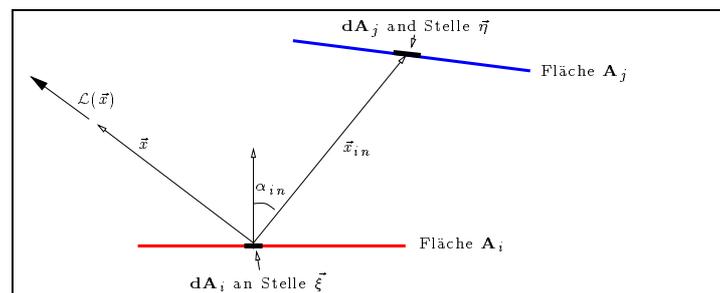


Abbildung 7.1: Strahlungstransport zwischen zwei Flächen

Gegeben seien N Flächen A_i , mit emittierender Strahldichte \mathcal{L}_i^* und Transmission-Reflexionsfunktion $BRTF_i$. Zur besseren Übersicht seien \mathcal{L}_i^* und $BRTF_i$ auf den Flächen konstant, d.h. vom Ort auf A_i unabhängig. Die von dA_i an der Stelle $\vec{\xi}$ auf A_i in Richtung \vec{x} ausgesandte Strahldichte sei $\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi})$. Diese Strahldichte ist dann die Summe der emittierten plus reflektierter/transmittierter Strahlung. Für letztere gilt Gleichung (2.49) aus Kap. 2.4, so daß die gesamte

abgestrahlte Strahldichte gegeben ist als:

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = \mathcal{L}_i^*(\vec{x}) + \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=4\pi} BRTF_i(\vec{x}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in} \quad (7.1)$$

Befindet sich in Richtung \vec{x}_{in} ein $d\mathbf{A}_j$ einer anderen Fläche \mathbf{A}_j , (siehe Abb. 7.1) so ist die auf die Fläche $d\mathbf{A}_i$ einfallende Strahldichte \mathcal{L}_{in} gleich der von $d\mathbf{A}_j$ ausgesandten Strahldichte (Gleichung 2.70). Das Integral über die einfallenden Raumwinkel läßt sich somit schreiben als Integral über die anderen Flächen \mathbf{A}_j :

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = \mathcal{L}_i^*(\vec{x}) + \sum_{j \neq i} \int_{\vec{\eta}}^{\mathbf{A}_j} BRTF_i(\vec{x}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_j(-\vec{x}_{in}, \vec{\eta}) \cos(\alpha_{in}) \frac{d\Omega_{ij}}{d\mathbf{A}_j} d\mathbf{A}_j \quad (7.2)$$

Dabei sind \vec{x}_{in} und α_{in} Funktionen der Flächenkoordinaten $\vec{\xi}$ und $\vec{\eta}$. In der Jacobimatrix $d\Omega_{ij}/d\mathbf{A}_j$ der Variablensubstitution im Integral ist $d\Omega_{ij}$ der Raumwinkel, den $d\mathbf{A}_j$ von $\vec{\xi}$ aus gesehen einnimmt. Per Definition sei $d\Omega_{ij}$ Null, wenn zwischen $d\mathbf{A}_j$ und $d\mathbf{A}_i$ eine andere Fläche liegt.

Die Gleichung (7.2) heißt *rendering equation* und ist eine Integralgleichung des Typs:

$$f(x) = g(x) + \int h(\acute{x}) f(\acute{x}) d\acute{x}$$

Wobei die Funktion $\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi})$ durch den Flächenindex i in kleine Stückchen zerlegt ist.

7.2 Numerische Lösungen des Strahlungstransports

Programme und Algorithmen wurden in den 80er und 90er Jahren immer weiter verfeinert, so daß die folgende Beschreibung nicht aktuell bleiben wird. Einen guten Überblick des derzeitigen Standes gibt z.B. [CW93]. Die Computer-Grafik und die Physik treffen sich hier. Erstere um realistische, synthetische Bilder zu generieren, letztere um die Lichtverteilung in Innenräumen genauer zu berechnen. Bilder sind zweidimensionale Felder der Strahldichte (Kap. 2.6.1), gesucht sind daher in beiden Fällen die Strahldichten mit der die Flächen abstrahlen.

Im folgenden sollen drei Lösungswege der Gleichung (7.2) skizziert werden, die in der Computergrafik und Strahlungsphysik eine Rolle spielen und die Extremfälle der *BRTF* verwenden: δ -Funktionen und konstante *BRTF*:

Radiosity Verfahren sind in ihrer Grundform die Transformation von (7.2) auf ein lineares Gleichungssystem. Dabei wird angenommen, daß (a) die Flächen Lambert'sch reflektieren ($BRTF_i = \text{const}_i = \rho_{hh}^i/\pi$) und (b) die Flächen in Teilflächen zerlegt werden, auf denen \mathcal{L}_j konstant ist. Betrachtet man die Teilflächen als de-facto neue Flächen mit neuer Numerierung, wird aus (7.2) die Summe:

$$\mathcal{L}_i = \mathcal{L}_i^* + \frac{\rho_{hh}^i}{\pi} \sum_{j \neq i} \mathcal{L}_j F_{j \rightarrow i} \quad (7.3)$$

Dabei ist $F_{j \rightarrow i}$ der Formfaktor zwischen den Flächen i und j aus Def. (2.73). Diese können mit verschiedenen Methoden ([CW93]) unabhängig von den \mathcal{L}_i bestimmt werden, daher ist (7.3) ein $N \times N$ Gleichungssystem, das den Strahlungsaustausch zwischen den N Teilflächen beschreibt. Da typischerweise $N > 10000$ ist, kommen zur Lösung der Matrix spezielle Verfahren zum Einsatz, die z.B. in [CW93, Kap 2.2] und [Hec91, Kap 2.2] beschrieben werden. Ein Problem der Radiosity-Verfahren besteht in der Zerlegung einer Fläche in Teilflächen mit konstanter Strahldichte. Dieser Zerlegung ist nicht ad-hoc vor Beginn der Rechnungen bekannt, sondern ergibt sich im Laufe der Rechnungen. Unstetigkeiten der Strahldichte, etwa durch Schattenwurf von anderen Flächen auf die zu untersuchende Fläche, verursachen potentielle Aliasing Probleme (zur Lösung siehe die vorangehende Literaturstellen).

”Klassisches” Raytracing (z.B. das Programm *Rayshade*) nähert die *BRTF* als eine Summe der idealen Reflexion (2.61), idealen Transmission (2.63) und einem durch das Phong-Modell¹ beschriebenen Rest an:

(siehe [MT87, Kap. 6 ”Illumination, shading and transparency models”])

$$BRTF_i = BRTF_{Spiegel} + BRTF_{Brechung} + BRTF_{Phong} \quad (7.4)$$

$$= R_i \frac{\delta(\vec{z}_r - \vec{x}_{out})}{\cos(\alpha_{out})} + T_i \frac{\delta(\vec{z}_t - \vec{x}_{out})}{\cos(\alpha_{out})} + BRTF_{Phong} \quad (7.5)$$

Das Phong-Modell ist gegeben als:

$$BRTF_{Phong} = \rho_{diffus} + \frac{\rho_{spec}(\cos(\gamma))^n}{\cos(\alpha_{in})} \quad (7.6)$$

wobei γ der Winkel zwischen der Normalen der Fläche und dem Vektor \vec{h} ist. Dieser teilt den Winkel zwischen der Ausfallsrichtung \vec{x} und der Richtung zur Lichtquelle in der Mitte. Dies Modell ist rein ”per Auge” entwickelt, d.h. die damit berechneten Bilder sehen einigermaßen ”natürlich” aus. Ein Modell physikalischer Grundlagen ist es nicht.

Durch Einsetzen von (7.4) in (7.1) ergibt sich:

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = R_i \mathcal{L}_{Spiegel} + T_i \mathcal{L}_{Brechung} + \mathcal{L}_{direct} \quad (7.7)$$

$\mathcal{L}_{Spiegel}$ und $\mathcal{L}_{Brechung}$ sind die auf \mathbf{A}_j einfallenden Strahldichten in Richtung des reflektierten und gebrochenen Strahls. Diese Strahldichten werden durch Rekursion berechnet, d.h. durch erneute Anwendung des Modells in Richtung des reflektierten und transmittierten Strahls: Dazu wird der Schnittpunkt des Strahls mit der nächstgelegenen anderen Fläche bestimmt und an diesem Schnittpunkt die Gleichung (7.7) erneut angewandt. Das Verfahren bricht ab, wenn eine vorher festgelegte Rekursionstiefe erreicht ist oder der Anteil der Reflexion oder Transmission unter einer vorher festgelegten Schwelle sinkt (abhängig von den R_i und T_i der Flächen auf die die rekursive Strahlverfolgung trifft).

Zur Berechnung von \mathcal{L}_{direct} wird angenommen, daß es nur zwei Typen von Flächen gibt: Quellen ($\mathcal{L}_i^* \neq 0$, $BRTF_i = 0$) und ”passive” Flächen ($\mathcal{L}_i^* = 0$, $BRTF_i \neq 0$). Berechnet wird nur der direkte Anteil (*direct component*), d.h. der Strahlungstransport von einer Quellenfläche zu einer passiven Fläche. Der Strahlungsaustausch zwischen den passiven Flächen wird vernachlässigt. Damit wird (7.1) für eine ”passive” Fläche:

$$\mathcal{L}_{direct}(\vec{x}, \vec{\xi}) = \sum_j^{Quellen} \int_{\vec{\eta}}^{\mathbf{A}_j} BRTF_{Phong}(\vec{x}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_j^*(-\vec{x}_{in}, \vec{\eta}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{ij} \quad (7.8)$$

Das Integral (7.8) wird weiter angenähert durch eine Zerlegung der Quellen-Fläche \mathbf{A}_j in kleinere Flächen $\Delta\mathbf{A}_j$, deren Beitrag aufsummiert wird.

$$\mathcal{L}_{direct}(\vec{x}, \vec{\xi}) \approx \sum_j^{Quellen} \sum_{\Delta\mathbf{A}_j}^{Unterteilungen \text{ der Quelle } j} BRTF_{Phong}(\vec{x}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_j^*(-\vec{x}_{in}, \vec{\eta}) \cos(\alpha_{in}) \Delta\Omega_{ij}$$

Dabei erfolgt für jedes $\Delta\mathbf{A}_j$ ein Sichtbarkeitstest, d.h. $\Delta\Omega_{ij}$ ergibt sich aus (2.29): $\Delta\Omega_{ij} = \Delta\mathbf{A}_j \cos(\alpha_j) (r_{ij})^{-2}$ ($\Delta\mathbf{A}_j$ sichtbar) oder $\Omega_{ij} = 0$, falls $\Delta\mathbf{A}_j$ von der Stelle $\vec{\xi}$ auf \mathbf{A}_i aus nicht sichtbar ist.

Eine gute Übersicht der Raytracing Verfahren gibt [MT87, Kap.10, ”Raytracing”]. Typisch für Bilder, die durch Raytracing generiert wurden, sind die spiegelnden Oberflächen und der fehlende Einfluß der Nachbaroberflächen auf die Lichtverteilung einer Oberfläche.

¹Das Phong-Modell dient als Beispiel für klassisches Raytracing auf Grund seiner weiten Verbreitung und seinem historischen Einfluß. Weitere empirische Modelle finden sich in [MT87].

Hardware Rendering "löst" (7.2) für N Flächen in Echtzeit² durch spezielle Computerchips. Diese Chips³ verwenden z.Z. einen extrem einfachen Algorithmus: keine Reflexion oder Transmission ($a_i = b_i = 0$) und nur punktförmige Lichtquellen. Zusätzlich werden für diese punktförmigen Lichtquellen keine Abschattungen berechnet. Die "Tätigkeit" dieser z.Z. immernoch recht teuren Hardware besteht daher fast nur in Berechnung außerhalb der Strahldichte-Verteilung, wie z.B. die perspektivisch richtige Darstellung der dreidimensionalen Geometrie. Erstaunlicherweise sieht die berechnete dreidimensionale Szene zwar künstlich, aber räumlich aus, was die Verwendung dieser Methode zur interaktiven⁴ Visualisierung komplexer Geometrien (z.B. Moleküle oder Architektur) erklärt. Siehe hierzu auch Kap. D.2.

7.3 Das Programm RADIANCE



Die Grundlagen des Programs RADIANCE sind in [WRC88] beschrieben und eine neuere Übersicht über das gesamte Programmpaket findet sich in [War94c]. RADIANCE verwendet, aufbauend auf dem klassischen Raytracing-Verfahren, folgendes Modell für die *BRTF*-Funktion (siehe [War94a]): Zur Übersicht sind die j -Indizes weggelassen und die RADIANCE Variablennamen übernommen:

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = \rho_s \mathcal{L}_{\text{Spiegel}} + \tau_s \mathcal{L}_{\text{Brechung}} + \mathcal{L}_{\text{direct}} + \mathcal{L}_{\text{ambient}} \quad (7.9)$$

Anhang A enthält eine detailliertere Beschreibung der RADIANCE internen Parameter (ρ_s , τ_s und andere). Wie beim klassischen Raytracing Verfahren werden Spiegelungen und Brechnungen mittels rekursiven Aufrufs des Algorithmus modelliert. Dabei ergeben sich die Raumrichtungen des reflektierten und transmittierten Strahls aus dem Reflexions- und Brechungsgesetz⁵.

Es werden ebenfalls Lichtquellen und passive Flächen unterschieden: Der Term $\mathcal{L}_{\text{direct}}$ ist der Anteil der Quellen (*direct calculation*) und $\mathcal{L}_{\text{ambient}}$ ist der Anteil des von anderen Flächen reflektierten oder transmittierten Lichts (*ambient calculation*). Die Berechnung von $\mathcal{L}_{\text{direct}}$ erfolgt, wie oben beschrieben, durch Unterteilung der Quelle. Diese Zerlegung erfolgt jedoch abhängig von $|\vec{v}|$, dem Abstand zwischen Quelle und Berechnungspunkt (siehe "-ds" RADIANCE Parameter).

$$\mathcal{L}_{\text{direct}}(\vec{x}, \vec{\xi}) \approx \sum_j^{\text{Quellen}} \sum_{\substack{\text{adaptive Un-} \\ \text{terteilungen} \\ \text{der Quelle } j}}^{\Delta \mathbf{A}_j} \text{BRTF}(\vec{x}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_j^*(-\vec{x}_{in}, \vec{\eta}) \cos(\alpha_{in}) \Delta\Omega_{ij} \quad (7.10)$$

Dem Punkt $\vec{\xi}$ auf \mathbf{A}_i nähergelegene, ausgedehnte Lichtquellen werden daher feiner unterteilt als weiter entfernte. Außerdem werden die Lichtquellen in der Reihenfolge ihres potentiellen Beitrags berücksichtigt. Lichtquellen mit wenig Einfluß auf das Gesamtergebnis werden statistisch gemittelt, ohne das eine explizite Strahlverfolgung für diese Quellen erfolgt (siehe [War91]).

Der Unterschied zum klassischen Raytracing liegt wesentlich in der Berücksichtigung des $\mathcal{L}_{\text{ambient}}$ Anteils. Dazu wird ein stochastisches Raytracing-Verfahren angewandt, (sog. *distributed raytra-*

²"In Echtzeit" rechnet der Computer, wenn für den Anwender subjektiv währenddessen keine Zeit vergeht.

³Beispielsweise wie sie in UNIX Workstations von Silicon-Graphics (VGX, RealityEngine), Hewlett-Packard (TVRX) oder SUN (ES3000) verwendet werden. Dabei liegt N zwischen 400000 und 2000000.

⁴Interaktiv ist ein Computerprogramm, wenn Änderungen sofort sichtbare Folgen haben.

⁵Sowie zusätzlich durch spezielle "Prismenelemente", deren charakteristische Strahlablenkung fest im Programm modelliert ist. Eine beliebige Strahlrichtungsänderung für $\mathcal{L}_{\text{Spiegel}}$ oder $\mathcal{L}_{\text{Brechung}}$ ist aber nicht ohne Änderung des Programmcodes selbst modellierbar.

cing), um das Integral über die passiven Flächen mit einer Monte-Carlo Integration zu lösen:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ambient} &= \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=2\pi} BRTF(\vec{x}, -\vec{v}) \mathcal{L}_{in} \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in} \\ &\approx \sum_k^{N_{ambient}} \text{const } \mathcal{L}_k \cos(\alpha_k) \Delta\Omega_k \end{aligned} \quad (7.11)$$

Die *BRTF* wird für diese Rechnungen als konstant angenommen (Lambert'sche Fläche), das bedingt, daß die durch function-files spezifizierte *BRTF* nicht in ambient-calculations einbezogen wird.⁶ \mathcal{L}_k ist die einfallende Strahldichte in Richtung \vec{x}_k . Sie wird mit klassischem Raytracing bestimmt, indem in diese Raumrichtung ein Strahl (*ambient ray*) verfolgt wird, dessen Schnittpunkt mit der nächstgelegenen Fläche bestimmt wird und an diesem neuen Punkt die Berechnungen (7.11) rekursiv angewandt werden. Die Raumrichtung \vec{x}_k wird zufällig gewählt⁷, wobei der Fehler der Monte-Carlo Integration invers-proportional $\sqrt{N_{ambient}}$ ist.

Die Anzahl verfolgter Strahlen pro Lösung der Gleichung (7.11) ist wesentlich höher als beim klassischen Raytracing: Dort werden 2 Strahlen weiter verfolgt (Spiegelung und Brechung) und die Gesamtzahl der Strahlen bei m Rekursionsstufen ist 2^m . Die Lösung des Integrals (7.11) benötigt dagegen $N_{ambient}$ Strahlen und folglich $(N_{ambient})^m$ Gesamtstrahlen⁸. Typische Werte sind $N_{ambient} = 1000$ und $m = 3$, so daß dieser Ansatz nur praktikabel ist, wenn (a) die Strahlverfolgung sehr effizient programmiert ist und (b) die rekursive Berechnung beschleunigt werden kann. Zur Beschleunigung der Strahlverfolgung, die im wesentlichen aus geometrischer Bestimmung des Schnittpunktes besteht, wird das Konzept des *octree* (siehe [MT87, Kap 11, "Optimization techniques for ray-tracing"]) verwendet. Die Rekursionstiefe wird verkleinert, indem Zwischenergebnisse gespeichert (siehe die detaillierte Beschreibung in [WH92]) und für weitere Berechnungen wieder verwendet werden (*ambient values*). Diese Beschleunigung ist besonders wertvoll, wenn ein Bild berechnet werden soll.

In Abb. 7.2 sind die Lichtwege zwischen Quelle und Strahldichtesensor zusammengefaßt.

Wird dieser Algorithmus mit der Integralgleichung (7.2) verglichen, fällt auf, das auch die ambient-Berechnungen die Integralgleichung nicht vollständig lösen, wenn sie für jedes Pixel eines Bild einmalig durchgeführt werden. Der Strahlungstransport zwischen nicht-selbstleuchtenden Flächen ist zwar berücksichtigt, aber es wird kein Strahlungsgleichgewicht berechnet. Unberücksichtigt bleibt z.B. der in Abb. 7.2 mit **F** bezeichnete Strahlweg (Retroreflexion). In der Notation von (7.2) heißt dies: Von \mathbf{dA}_i zu \mathbf{dA}_j reflektierte Strahlung, die von \mathbf{dA}_j wiederum auf \mathbf{dA}_i reflektiert wird, geht in die Strahldichteberechnung von \mathbf{dA}_i nicht ein. Dies kann vermieden werden, wenn die ambient-Berechnungen wiederholt durchgeführt und die Ergebnisse zwischengespeichert werden. Im ersten Schritt wird die Reflexion $\mathbf{dA}_i \rightsquigarrow \mathbf{dA}_j$ bei den ambient Berechnungen an der Stelle \mathbf{dA}_j berücksichtigt, im zweiten wird $\mathbf{dA}_j \rightsquigarrow \mathbf{dA}_i$ berechnet. Weitere Schritte berücksichtigen weitere Reflexionsrekursionen, deren Anteil am Strahlungsgleichgewicht mit der Potenz des Reflexionsgrades abnimmt.

Außer dem bisher beschriebenen Verfahren simuliert RADIANCE auch Reflexionen an idealen, planen Spiegeln mit δ -*BRTF* (Gl. ((2.61)) durch das Konzept der *virtual lightsources*: Ein idealer Spiegel wirkt photometrisch so, als ob sich eine zweite Lichtquelle scheinbar hinter dem Spiegel befände (vergl. [Coc50]). Diese virtuellen Lichtquellen werden bei der Berechnung von \mathcal{L}_{direct} mit berücksichtigt.

Des weiteren unterscheidet sich RADIANCE vom klassischen Raytracing durch ein besseres Modell der Oberflächen. Während das Phong-Modell weder physikalisch motiviert noch mit Meßdaten validiert ist, verwendet Greg Ward in seinem RADIANCE Modell ein durch Gausskurven

⁶Da Lichtquellen vom Typ *glow* nur über ambient-calculations berücksichtigt werden, folgt daraus zwangsläufig, daß *BRTF*-spezifizierte Fenstermaterialien und der diffuse Anteil des Himmel nicht zusammen in der gegenwärtigen RADIANCE Version (2.5) berücksichtigt werden.

⁷Siehe die "-ad" und "-as" RADIANCE Parameter.

⁸Die wirkliche Anzahl der Strahlen ist in RADIANCE Version R2.4 von der Rekursionstiefe abhängig, dies ändert aber nur wenig an der Argumentation.

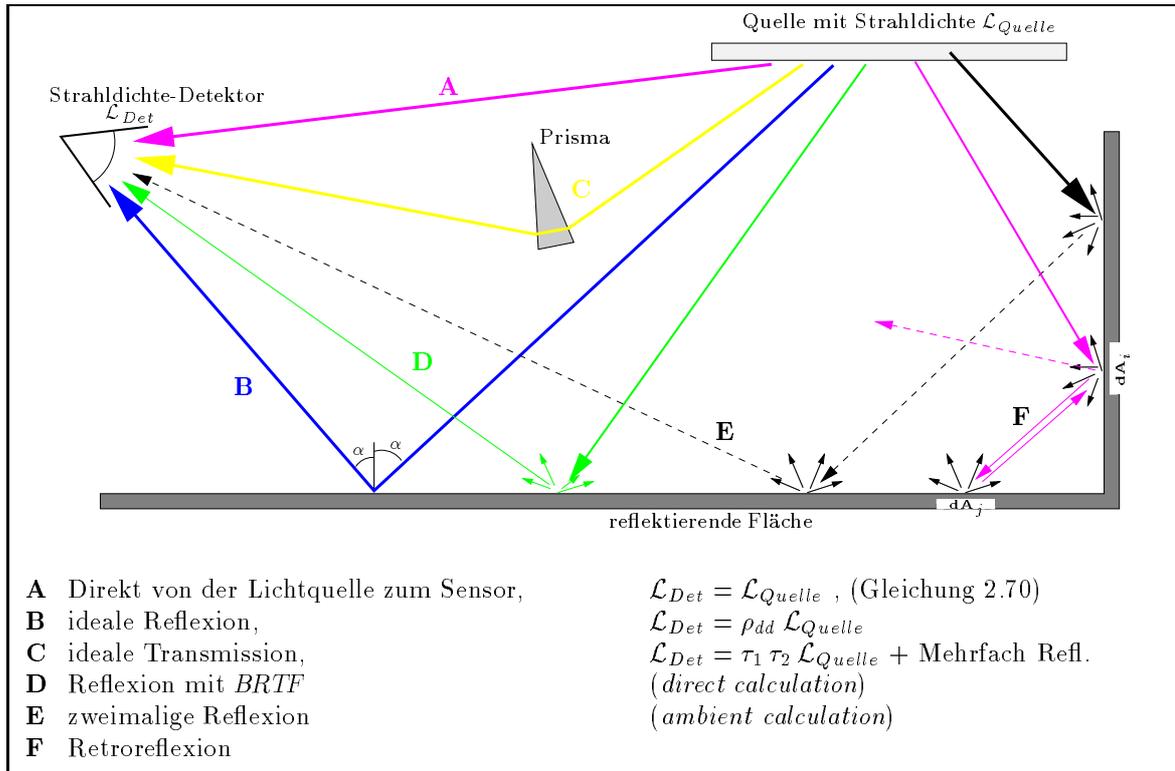


Abbildung 7.2: Mögliche Lichtwege von der Quelle zum Strahldichte-Detektor

angenähertes Streuverhalten der Lichtreflexion [War92] als Standard-Material. Dies ist für Reflexion mit seinen Messungen validiert worden. Außerdem können vom Anwender beliebig komplexe *BRTF*-Funktionen spezifiziert werden, die vom Programm als Textformel zur Laufzeit interpretiert werden. Dies wird näher in Kapitel 7.3.2 beschrieben. Um eine Übersicht zu erhalten, was als Standard-*BRTF*-Beschreibung für Transmission bereits zur Verfügung steht, wurden diese untersucht und im Anhang A beschrieben.

Bisher nicht erwähnt wurden die spektralen Rechnungen in *RADIANCE*: Dazu wird das Spektrum in drei Wellenlängen-Intervalle unterteilt und Strahldichteberechnungen parallel in diesen Spektral-Kanälen durchgeführt. Jede Oberfläche und jede Lichtquelle hat somit drei Parameter zur Definition ihrer Farbe. Dabei werden *RADIANCE*-intern keine Annahmen über die absolute Wellenlänge gemacht⁹. Die Ergebnisse der Rechnungen liegen somit als Wertetripel der Strahldichte vor, und nur die Umrechnung in *Leuchtdichte* setzt Annahmen über die Wellenlängenzuordnung voraus. Diese Problematik wird im weiteren nicht betrachtet, da die physikalisch relevanten Prinzipien mit dem Konzept der Strahldichte beschrieben werden können.

RADIANCE liefert die Strahldichte der drei Kanäle entweder für einen gewünschten Ort in eine bestimmte Richtung (Programm *rtrace*) oder als zweidimensionales Feld der Strahldichte: als Bild (Programm *rpict*).

7.3.1 *BRTF* Verwendung und numerische Integration von \mathcal{L}_{out} im Programm *mkillum*

Offensichtlich ist der Strahlungsfluß durch ein Fenster bei Tageslicht von außen nach innen wesentlich größer als in der umgekehrten Richtung. Wird die Strahlungstransportgleichung (7.2) auf das Gesamtsystem Außenwelt-Fenster-Innenraum angewandt, kann in guter Näherung das Fenster

⁹ Ausnahme: Die Definition der Hartmann-Konstante im Material "dielectric".

als Trennfläche zwischen einem Außenraum (Himmel, Gebäude, Albedo) und einem Innenraum (Decken, Wände, Fußboden usw.) gesehen werden, wobei sich das Strahlungsgleichgewicht außen unabhängig vom Innenraum einstellt und ein Teil der Strahlung durch das Fenster in den Innenraum "leckt". Mit der so vorgegeben Strahldichte des Fensters stellt sich im Innenraum ebenfalls ein Strahlungsgleichgewicht ein.

Das Fenster wird somit als selbstleuchtende Fläche mit Strahldichte \mathcal{L}_{out} angesehen, deren Winkelverteilung sich aus der *BRTF* des Fenstermaterials und der außen auf das Fenster einfallenden Strahldichte \mathcal{L}_{in} ergibt (2.49):¹⁰

$$\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out}) = \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=4\pi} BRTF(\vec{x}_{out}, \vec{x}_{in}) \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) d\Omega_{in}$$

Die *BRTF* ist für einige Materialien stückweise definiert, \mathcal{L}_{in} ist nicht stetig durch Abschattungen von anderen Gebäuden. Die Integration ist daher nicht allgemein analytisch durchführbar, sondern kann numerisch in einem speziellen RADIANCE-Programm (*mkillum*) berechnet werden. Ziel dieser zusätzlichen, und der eigentlichen Simulation vorausgehenden, RADIANCE-Berechnung ist die Optimierung der Rechenzeit für die Lichtverteilung im Innenraum, die die Lichtverteilung im Außenbereich nicht mehr zu berücksichtigen braucht.

mkillum besteht aus zwei Arbeitsschritten: Der Halbraum auf der Innenseite des Fensters (\vec{x}_{out}) wird in diskrete Raumwinkel mit Richtungen \vec{x}_i aufgeteilt, auf denen $\mathcal{L}_{out}(\vec{x}_{out})$ als konstant angenähert wird. Diese Diskretisierung ist zur Zeit nicht adaptiv, d.h. sie ist von \mathcal{L}_{out} unabhängig. Deshalb ist *mkillum* vorzugsweise zur Berechnung von gleichmäßig streuenden Materialien geeignet. In Kap.7.5.4 wird ein Verfahren vorgeschlagen, daß diesen Nachteil durch adaptive Diskretisierung vermeidet.

Der zweite Schritt ist die Berechnung von \mathcal{L}_{out} für die \vec{x}_i . Dazu wird intern in *mkillum* das RADIANCE-Programm *rtrace* verwendet. Dieses verwendet den üblichen und oben beschriebenen Algorithmus der Berechnung der Strahldichte.

Auf Grund der fehlenden Berücksichtigung der *BRTF* in den ambient Berechnung wird eine diffuse Himmelslichtverteilung zusammen mit der Fenster-*BRTF* in der jetzigen RADIANCE-Version nicht berücksichtigt. Nun sind licht-lenkende und -streuende Materialien hauptsächlich für direktes Sonnenlicht notwendig zu simulieren (Blendungsproblematik, Unstetigkeiten der Beleuchtungsverteilung), aber es gibt Anwendungen der Simulationen, in denen die Berücksichtigung des (nahezu) diffuse Himmelslichts relevant ist: Die Lenkung von diffusem Licht (im Rahmen des Liouville'schen Satzes) ist eine Anwendung, die Berechnung des Tageslichtfaktors eine andere. Gegenwärtig gibt es kein Programm im RADIANCE-System, welches dieses Problem zufriedenstellend löst.

7.3.2 Function-Files

RADIANCE erlaubt große Flexibilität bei der Eingabe von *BRTF*-Funktionen, da, im Gegensatz zu den meisten anderen bekannten Programmen, die Funktion oder Funktionsklassen nicht fest im Programm "eingebaut" sind. Zur Veranschaulichung ist in Abb. 7.3 der Unterschied zwischen den beiden Methoden dargestellt:

Der vom Programmierer geschriebene Programm-Quelltext wird in jedem Fall vom Compiler in ein maschinenausführbares Programm übersetzt, mit dem die Simulationen "zur Laufzeit des Programms" berechnet werden. Bei den meisten Tageslicht-Simulations-Programmen läßt sich die Geometrie der zu simulierenden Räume frei zur Laufzeit vorgeben, aber die Funktionen der *BRTF* sind fest im Programm kodiert (linke Spalte in Abb. 7.3). Die RADIANCE *BRTF*-Funktionen werden dagegen zur Laufzeit des Programms als Textfile eingelesen und von einem im Programm integrierten Interpreter abgearbeitet. Dies erfordert zusätzliche Rechenzeit (ca. 100%), d.h. eine Textformel wird von RADIANCE zur Laufzeit ungefähr halb so schnell verarbeitet, als wenn diese

¹⁰Im RADIANCE-Dialekt: Aus der in "transfunc" enthaltenen *BRTF* wird zusammen mit der Außenlichtverteilung ("sources") eine in "brightdata" enthaltene Strahldichte.

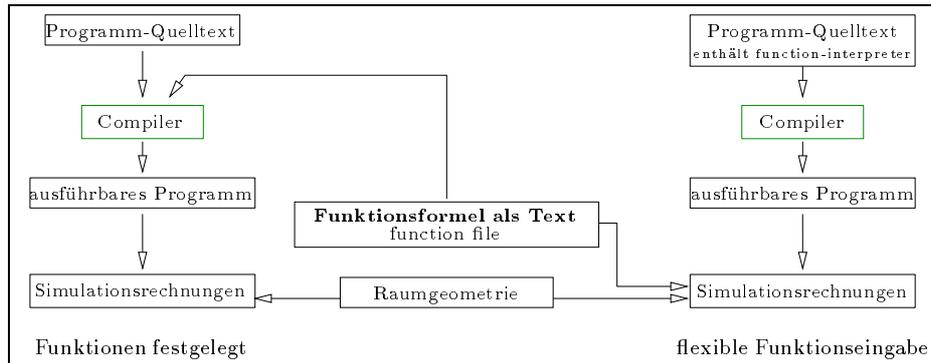


Abbildung 7.3: Zwei Möglichkeiten der Eingabe von Funktionen in das Simulationsprogramm

direkt im Programm codiert wäre. Leider sind bislang keine Rekursionen und Schleifen in den Textformeln möglich, d.h. die Formel muß als explizite Funktion gegeben sein.

In den function-files sind zur Definition der *BRTF*-Formel folgende Variablen bekannt (Zitate aus function-files und RADIANCE-Variablen sind in Schreibmaschinenschrift angegeben): die Ein- und Ausfallsrichtungen $\vec{x}_{in}, \vec{x}_{out}$ ($1x, 1y, 1z, Dx, Dy, Dz$), die Flächennormale \vec{n} (Nx, Ny, Nz), der Auftreffpunkt $\vec{\xi}$ (Px, Py, Pz) auf der Fläche, sowie die Entfernung r_{in} (Ts) bis zur Lichtquelle. Die Größe Ω_{in} stand bisher *nicht* zur Verfügung (RADIANCE Version R2.4), was zu Problemen bei der Modellierung von einigen Elementen führte (dies wurde durch diese Arbeit geändert, \hookrightarrow Kap. 7.5).¹¹

7.3.2.1 Beispiele

Die *BRTF*-Formel eines Lambert-Streuers (Def. 2.67) ist einfach:

```
brtf= 1.0/pi;                                Lambert-Streuer
```

Eine *BRTF*, die in einem Ring um die Flächennormale konstant ist und außerhalb Null, würde mit einer Hilfsvariablen *angle* spezifiziert mit:

```
angle= (180.0/pi)*acos( Nx*Dx+Ny*Dy+Nz*Dz );    Winkel zwischen Ausfallsrichtung und Normale
brtf= if( abs(angle-11.0)-2.0, 0.1, 0.2);       Ring-Definition
```

wobei die *if* Funktion bewirkt, daß der gesamte Ausdruck für Werte $9.0 < \text{angle} < 13.0$ den *BRTF*-Wert 0.2 und sonst 0.1 liefert.

Die Syntax der function-files erlaubt somit durch nicht-analytische Ausdrücke (z.B. *if*) auch die Definition nicht-stetiger Funktionen.

7.4 Verwendung der Modelle in RADIANCE

7.4.1 Konsistenztests

Bevor die Materialmodelle in simulierten Räumen verwendet werden, sollte der Weg der Modellierung von der Messung bis zur Anwendung des Funktionfiles in RADIANCE verifiziert werden. Dazu bieten sich zwei Wege an, die an Hand des Modells "cosgauss" und dem Aerogel-Material für $\theta_{in} = 30^\circ$ gezeigt werden. Das function-file für diesen Test ist in Anhang B.2 angegeben.

¹¹Die Funktionen spezifizieren die Größen τ_{si} und ρ_{si} in (Gl. A.2), wodurch die *BRTF* nur in den direct-calculations berücksichtigt wird. Diese Aussage bezieht sich auf die RADIANCE Version 2.4.

- Testen des Funktionfiles mit RADIANCE-Programmen außerhalb der Simulation. Dazu steht mit *rcalc* des RADIANCE-Systems das eigentliche Auswerteprogramm (Parser) der Funktionfiles zur Verfügung, das als Eingabe die in 7.3.2 beschriebenen Variablen erhält und den Wert des Funktionfiles liefert. Zusammen mit den Formeln (A.1 ff.) und (7.9) ergibt sich daraus die *BRTF*, wie sie intern in RADIANCE weiter verwendet wird. Der Vergleich mit den Meßwerten testet die Kette der Modellierungsschritte bis zur Anwendung im Simulationsprogramm. Voraussetzung ist jedoch das richtige Verstehen der Eingangsvariablen in Funktionfiles. Der Aufruf von *rcalc* in einem sog. UNIX-shell-script ist in Anhang B.3 angegeben.
- Der zweite Test ist umfassender und setzt keine Kenntnisse über RADIANCE-internen Abläufe voraus, benötigt aber eine RADIANCE-Geometrie als zusätzliche Eingabe, die einen Gonio-photometer-Aufbau nachgebildet. Die Meßwerte werden damit "synthetisch" nachgemessen und mit den tatsächlichen verglichen (siehe auch die "Messungen" der RADIANCE Standardmaterialien in Anhang A). Zusätzlich bietet sich die Möglichkeit weitere Schritte der RADIANCE-Simulation in den Test mit einzubeziehen (*mkillum*, \hookrightarrow Kap.7.3.1). Das UNIX-makefile zur Generierung der Daten mit *rtrace* ist in Anhang B.4 enthalten.

Polarplots mit dem Vergleich zwischen den Meßdaten, dem Fitmodell, den Funktionsfiles und der Verwendung in RADIANCE enthält Abb. 6.8: Der Schritt von den Meßdaten (A) zum Modell (B) wurde in Kap. 5.2.1 beschrieben. Die Daten in (B) sind die vom Fitprogramm generierten Modelldaten, die auf einem in der Sprache "C" geschriebenen Unterprogramm basieren. Die aus dem Fitprogramm stammenden Modellparameter a_i werden in das RADIANCE-functionfile übertragen. Dort ist das Modell in der Syntax der function-files nachgebildet. Ein *rcalc*-Aufruf generiert die in Abb. 6.8-(C) aufgetragenen Daten. Schließlich wird das functionfile durch *mkillum* verarbeitet und *rtrace* generiert die Daten in Abb. 6.8-(D). Die in (D) sichtbaren Artefakte sind Folge der begrenzten Winkelauflösung von *mkillum* (hier: $d = 150$, $s = 30$). Zur Darstellung aller Daten wurde das in Anhang D.1 beschriebene Programm *mountain* des Autors verwendet.

7.4.2 Raummodellierung

Stellvertretend für die Anwendung der Modelle in realen Räumen ist in Abb. 7.4 die Simulation der ISE-Bibliothek wiedergegeben und mit einer realen Aufnahme verglichen. Die Wiedergabe in dieser Arbeit (gedruckt mit einem 600dpi Laserdrucker) erlaubt natürlich nur einen eingeschränkten Vergleich. Der Sichtbereich des RADIANCE-Fisheyes ist in den Ecken mehr als 180° , deshalb sind diese Bereiche nicht schwarz. Das reale Fisheyeobjektiv ist dagegen auf 180° Sichtwinkel beschränkt.

Aerogel wurde in den oberen und unteren Lichtbändern als Fenstermaterial verwendet, die Ausrichtung der langen Fensterfront ist Süden und die Lichtverhältnisse sind für den 20. Juni, 15:00 MEZ, berechnet. Im Foto sind diese Daten mit einbelichtet worden. Die Gebäude-Geometrie ist textbasiert mit dem UNIX m4-preprocessor erstellt, die Stühle sind mit AutoCAD und die Figuren mit dem Ergonomieprogramm *mannequin* modelliert.¹²

¹²Dank geht an Stefan Jankowski (FhG-ISE) für das Rohmodell und an Nick Warring (Wellington, NZ) für die mannequin-Modelle.



Abbildung 7.4: RADIANCE Simulation der FhG-ISE-Bibliothek (oberes Bild) und reales Photo (unteres Bild) mit Fisheye-Projektion (↔Anhang E) für den 20. Juni 15:33 MEZ.

7.5 RADIANCE Erweiterungen im Rahmen dieser Arbeit

7.5.1 Function-File

Im Verlauf dieser Arbeit wurden Erweiterungen der function-files getestet, um Probleme des Algorithmus zur Berechnung der *BRTF* zu umgehen (\hookrightarrow Kap. 7.3). Diese Erweiterungen sollen im weiteren kurz beschrieben werden:

- "slaved lightsources"

Lichtlenkprofile arbeiten am besten bei direktem Sonnenlicht und, abgesehen von selten auftretenden Reflexionen an Nachbargebäuden, kann dieses durch paralleles Licht \mathcal{L}_p (Gl. 2.41) approximiert werden. Daß heißt, daß auf die Außenseite des Fensters homogenes Licht aus *einer* Raumrichtung trifft.

Die Verwendung von RADIANCE zur Simulation von beliebigen *BRTF*-Funktionen bedingt entweder die Verwendung der ambient-bounces (\hookrightarrow vorangehende Kapitel) oder einen interpolierenden Zwischenschritt ("mkillum"). Beide sind rechenzeit-intensiv und fügen zusätzliche Artefakte in die Lichtverteilung der Innenräume ein. Auf der anderen Seite erlaubt RADIANCE die Eingabe von selbst-leuchtenden Flächen beliebiger Geometrie und Strahldichteverteilung \mathcal{L}_{out} ohne diese Probleme.

Praktisch wäre also eine selbstleuchtende Innenseite des Fensters, deren Strahldichteverteilung \mathcal{L}_{out} von der einen Richtung des einfallenden, parallelen Licht abhängt. Da nur eine Sonnenposition im RADIANCE-Eingabefile definiert wird, ist es durch eine einfache Ergänzung des Quelltextes möglich, die Raumrichtung und Stärke von \mathcal{L}_p als Konstanten im function-file zur Verfügung zu stellen¹³. Den Vorteilen einer schnelleren und besseren Berechnung stehen Nachteile gegenüber: Reflexionen und Abschattungen auf der Außenseite werden in diesem einfachen Ansatz nicht berücksichtigt. Eine Erweiterung, die dies auch berücksichtigt, wäre ein forward-raytracer (\hookrightarrow nächstes Kapitel).

- Ω_{in} Variable

Die im function-file definierte *BRTF*-Funktion muß die Bedingungen der Energieerhaltung (Gl. 2.60) und das Abbe'sche Gesetz erfüllen. Letzteres schließt eine Erhöhung der Strahldichte im gleichen Medium aus. In RADIANCE kann diese Bedingung unter Umständen verletzt werden:

RADIANCE erlaubt die Eingabe einer Lichtquelle als Strahlung, die aus einem Raumwinkel Ω_{in} um eine Raumrichtung mit konstanter Strahldichte \mathcal{L}^* kommt (sog. *source*). Dieser Typ wird zum Beispiel zur Modellierung der Sonne verwendet. Auf Grund des RADIANCE-Algorithmus wird der Typ *source* bei den direct-calculations nicht in kleinere Raumwinkel unterteilt, das heißt, eine *source*-Lichtquelle wird berücksichtigt als (vergl. (A.3)):

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = \left\{ \frac{\tau_d}{\pi} + \tau_{si}(\vec{x}_{in}, \vec{x}) \right\} \mathcal{L}_j^*(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_i(\vec{v})) \Omega_{in} \mathbf{dA}_j$$

Die durch das function-file definierte *BRTF*-Funktion $\tau_{si}(\vec{x}_{in}, \vec{x}_{in})$ kann die Energieerhaltung (2.60) erfüllen *und*, in Verletzung des Abbe'schen Gesetzes, für einzelne Raumrichtungen \vec{x}_{out} größere Werte \mathcal{L}_i als die einfallende Strahldichte \mathcal{L}_j^* ergeben. Oder anders formuliert: Die Funktionsfiles definieren die über einen einfallenden Raumwinkel Ω_{in} gemittelte \overline{BRTF} , zur Berechnung derselben bei bekannter *BRTF* ist jedoch Ω_{in} nötig.

In einem function-file war aber bisher (vor Version 2.5) nur die Richtung der einfallenden Strahlung x_{in} , aber nicht der Raumwinkel Ω_{in} , bekannt, so daß es keine Möglichkeit gibt, dieses Problem allgemein für alle Ω_{in} innerhalb des function-file durch geeignete Modelle zu umgehen. Ω_{in} als weitere Variable zur Verfügung zu stellen, ist durch Änderung des Quelltextes relativ einfach und in RADIANCE-Version 2.5 realisiert.

¹³Im RADIANCE-Dialekt heißt dies, daß in "brightdata" function-files die Konstanten L_x, L_y, L_z , d.h. die Raumrichtung zur Sonne, bekannt sind, wie auch schon in "transfunc".

7.5.2 Neue Spezifikation der Außenlichtverteilung

Funktion-Files werden auch benutzt, um die Strahldichte-Verteilung des Himmels, abhängig von Höhenwinkel und Azimut, relativ zu Horizont und Südrichtung anzugeben. Eine auf dem Perez-Modell basierende, neuere Modellierung für RADIANCE ist in [Del95] beschrieben.

Wird die Strahldichte-Verteilung des Himmelsmodells mit einem Foto der Außenansicht kombiniert, ergibt sich eine kompakte, näherungsweise Berücksichtigung der realen Abschattung durch außen vor dem Fenster liegende Objekte (\leftrightarrow Objektive als Strahldichtemesser Kap. 2.6.1). Dies Verfahren ist in Abb. 7.5 skizziert und gilt nur exakt für die Position, von der das Foto aufgenommen wurde. Für andere Positionen wird der Fehler um so kleiner, je weiter die außenliegenden Objekte vom Fenster entfernt sind. Diese Winkeldifferenz ist im Beispiel an Hand der Baumkrone skizziert.

Der Vorteil¹⁴ liegt im Wegfall der dreidimensionalen Modellierung der außenliegenden Objekte. Im Gegensatz zu bisherigen Verfahren, bei denen das Foto auf die Fensterscheibe projiziert wurde, ist bei diesem für den Betrachter eine bessere räumliche Wirkung gegeben, da das Foto ins Unendliche projiziert wird und sich bei Veränderung des Betrachterstandpunkts relativ gegen die Raumgeometrie bewegt, wie das in der Realität auch der Fall ist.

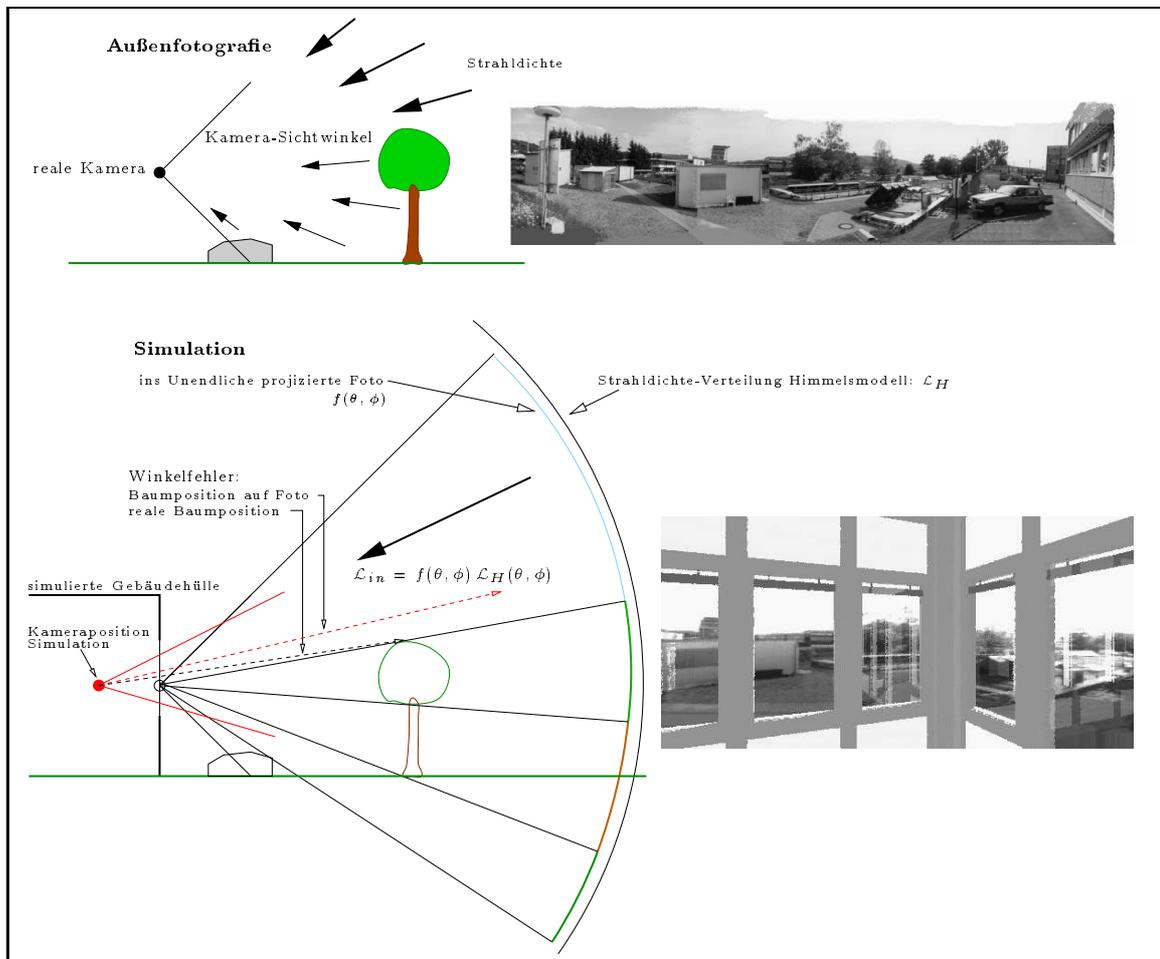


Abbildung 7.5: Kombination von Himmelsmodell und realer Außenfotografie

¹⁴Soweit dem Autor bekannt, ist sein Verfahren eine neue Idee; auf alle Fälle ist sie im RADIANCE System neu.

Die Kombination aus eingescanntem Foto¹⁵ und modellierter Strahldichte-Verteilung des Himmels ist nötig, da das Foto den mehrere Dekaden überdeckenden Dynamikbereich der realen Strahldichte-Verteilung nicht linear wiedergeben kann.

Die Werte des eingescannten Fotos werden zwischen Null und Eins skaliert und das Foto in den der Aufnahme entsprechenden Himmelsausschnitt projiziert. Dies ergibt eine normierte Funktion $f(\theta, \phi)$, deren Argumente Höhenwinkel und Azimut sind. Die auf die Fensteraußenseite treffende Strahldichte \mathcal{L}_{in} ist gegeben als Produkt der Strahldichte des Himmelsmodells multipliziert mit dem Wert des Fotos:

$$\mathcal{L}_{in} = \mathcal{L}_H(\theta, \phi) f(\theta, \phi)$$

wobei θ, ϕ durch die Projektionsformel des Fotoobjektivs mit den Koordinaten des Bildes verknüpft sind (\hookrightarrow Gl. 4.6).

Der sichtbare Himmel wird in den meisten Aufnahmen durch Überbelichtung weiß erscheinen. In diesen Bereichen ist der durch das Foto gegebene Wert Eins. In den dunkleren Bereichen des Fotos wird die Strahldichte durch das Foto entsprechend reduziert. Durch geeignete Kontrastkorrekturen des Fotos nach dem Einscannen ist ein Abgleich zwischen den modellierten Strahldichte-Werten und real gemessenen Werten möglich.

Ein möglicher Ausbau dieser Idee könnte die Vergrößerung des Dynamikbereiches einer realen Fotoaufnahme durch Kombination verschiedener Aufnahmen mit unterschiedlicher Blendeneinstellung (d.h. Zerlegung des Dynamikbereiches in abschnittsweise lineare Meßbereiche) sein. Interessant erscheint auch die Verwendung von Panorama-Kameras, die einen Bildwinkel von 360° horizontal und ca 60° vertikal umfassen.

7.5.3 Der previewer *rshow* für UNIX Workstations

In dieser Arbeit wurde das RADIANCE-System um ein Programm (*rshow*) zur interaktiven Darstellung der 3d-Geometrie auf Workstations der Firma Silicon-Graphics erweitert, dessen detaillierte Beschreibung in Anhang D.2 enthalten ist. Ziele der Entwicklung war die leichte Verifizierung der 3d-Geometrie und die einfache Auswahl eines Kamerastandpunkts für eine Lichtsimulation. Zuvor stand dazu nur das Programm *rview* zur Verfügung, das auf adaptivem Raytracing basiert und daher nicht interaktive Änderung der Szeneparameter erlaubt.

rshow dient außerdem als Plattform (*test bed*) um weitere RADIANCE-interne Abläufe und Strukturen zu testen und zu visualisieren. Dies ist aus zwei Gründen einfach und flexibel: Die RADIANCE-Strukturen und Unterprogramme stehen direkt zur Verfügung, da *rshow* die original-RADIANCE Unterprogramme zum Lesen der 3d-Daten verwendet. Und die Visualisierung ist durch Verwendung der 3d-Grafikbeschleuniger-Hardware der Silicon-Graphics Workstation direkt möglich.

Zum Beispiel wurde die kubische Unterteilung des 3d-Raums (octrees), die zur Beschleunigung des raytracings definiert ist, zum ersten Mal in RADIANCE, grafisch dargestellt und somit die adaptive Verfeinerung direkt sichtbar. Das war der erste direkte Nachweis, das der Algorithmus richtig funktioniert. In analoger Weise wurden die ambient-Werte des RADIANCE-Algorithmus als Punkte auf den Flächen im 3d-Raum dargestellt, um die adaptive Verfeinerung und den Einfluß der ambient-Parameter zu zeigen. Der im nächsten Kapitel vorgestellte forward-raytracer basiert ebenfalls auf einer erweiterten Version des *rshow*-Programms.

7.5.4 Adaptive Diskretisierung einer kontinuierlichen Funktion

7.5.4.1 Motivation

Außer den Verbesserungsmöglichkeiten der function-file Variablen, die im vorangehenden Kapitel beschrieben wurden, sind auch bessere Algorithmen zur Modellierung möglich. Dies trifft besonders auf die licht-lenkenden Materialien zu, deren *BRTF* im Idealfall aus einer Summe von δ -Funktionen besteht, die mit den bisherigen Algorithmen nur schwer (ambient bounces, *mkillum* \hookrightarrow Kap. 7.3.1) oder überhaupt nicht (allgemeines *prism*-Material) berücksichtigt werden können.

¹⁵Dabei wird entweder das Negativ digitalisiert (z.B. via Photo-CD) oder ein Abzug davon.

Für Lichtlenk-Elemente bei direkter Sonne wird das Strahlungsgleichgewicht im Innenraum im wesentlichen durch die Abstrahlung des Fensters an die Wände und Decke bestimmt sein, da die Lichtlenkelemente das direkte Sonnenlicht in "Bündel" aufspalten und umlenken. Es erscheint somit vielversprechend, die Wirkung des Fensters allein mit einem optimierten Verfahren zu beschreiben: Dies verknüpft durch (2.49) die auf die Außenseite einfallende Strahldichtevertelung¹⁶ \mathcal{L}_{in} mit der *BRTF*, berechnet die vom Fenster in den Innenraum gestrahlte Strahldichte \mathcal{L}_{out} und verfolgt die Strahlung bis zum ersten Auftreffen auf eine Innenfläche, d.h. dies Programm ist ein *forward raytracer*.

Bei der Verwendung des raytracing-Prinzips für die Simulation des Strahlungstransports vom Fenster in den Innenraum besteht die Schwierigkeit in der Auswahl der Raumrichtungen, in die Strahlen verfolgt werden sollen. Raumbereiche mit hoher Strahldichte \mathcal{L}_{out} oder mit starken Schwankungen von \mathcal{L}_{out} sollten dabei zur Fehlerminimierung feiner unterteilt werden. Dieses Kernproblem wurde weiter untersucht¹⁷ und zwar an Hand einer *BRTF*, die als Funktion von \vec{x}_{out} vorliegt.

7.5.4.2 Algorithmus

Gegeben ist eine beliebige, nicht notwendig stetige, Funktion $f(\theta, \phi)$, und gesucht ist ein Algorithmus, der Stützstellen (θ_i, ϕ_j) generiert¹⁸, an denen die diskreten Werte $f_{ij} = f(\theta_i, \phi_j)$ die Funktion f möglichst gut im Sinne einer Minimierung des Gesamtfehlers zwischen f und einer linearen Interpolation der f_{ij} wiedergeben.

Der Kern des Algorithmus ist die Idee, eine Unterteilung der Halbkugel zu finden, die keine a-priori ausgezeichnete Richtung hat (z.B. den Pol bei einem Polarkoordinatensystem) und eine schrittweise Verfeinerung erlaubt. Dazu wurde die rekursive Unterteilung eines platonischen Körpers, in diesem Beispiel ist es ein Oktaeder, verwendet, wie in Abb. 7.6 dargestellt. Jede Seite des Grundkörpers wird in neue Dreiecke zerlegt, indem jede Seite in der Mitte unterteilt wird, die neuen Punkte radial nach außen verschoben und zu neuen Dreiecken verbunden werden. Alle Punkte haben deshalb vom Zentrum den gleichen Abstand.¹⁹

Jeder Eckpunkt definiert eine Raumrichtung \vec{x}_{out} , für die der *BRTF*-Wert ermittelt wird. Nach Erreichen einer wählbaren Mindest-Rekursionstiefe, wird abhängig von den *BRTF*-Werten an den drei Eckpunkten eines Dreiecks, dieses Dreieck adaptiv weiter unterteilt: Unterscheiden sich die drei Werte um eine zuvor festgelegte Schwelle, oder liegt der maximale Wert über einem Schwellenwert, wird dieses Dreieck weiter unterteilt, und zwar so lange, bis eine vorgegebene, maximale Rekursionstiefe erreicht ist.

7.5.4.3 Beispiel

An Hand eines Beispiels soll dies demonstriert werden: Als *BRTF* wird eine Funktion gewählt, die innerhalb eines Raumwinkelrings konstant Eins ist und außerhalb Null. Die Lage des Rings ist wählbar im Halbraum und soll hier stellvertretend für die Vielzahl möglicher *BRTF*-Typen variiert werden.

Das RADIANCE function-file besteht aus der eigentlichen Ring-Definition (**func_abc**) sowie zwei Drehmatrizen zur Drehung des Rings:

```

RZ= -0.7;                               Rotation um z-Achse
RY= -0.7;                               Rotation um y-Achse
TTx= Nx * cos(RY) - Nz * sin(RY);      Rotationsmatrix Drehung um y-Achse
TTy= Ny;
TTz= Nz * cos(RY) + Nx * sin(RY);
Tx= TTx * cos(RZ) - TTy * sin(RZ);     Rotationsmatrix Drehung um y-Achse
Ty= TTy * cos(RZ) + TTx * sin(RZ);
Tz= TTz;

```

¹⁶ *in* und *out* beziehen sich auf (2.49).

¹⁷ Die vollständige Implementierung dieser Idee ist für die Zeit nach der Fertigstellung dieser Arbeit geplant.

¹⁸ Die (θ_i, ϕ_j) sind dabei die Raumrichtungen für das nachfolgende Raytracing.

¹⁹ Diese Idee wird auch bei der Polygonalisierung einer Kugel verwendet, vielen Dank an Jon Leech (leech@cs.unc.edu) für den ftp.cs.unc.edu:pub/sphere.c Quelltext, der ein guter Startpunkt war.

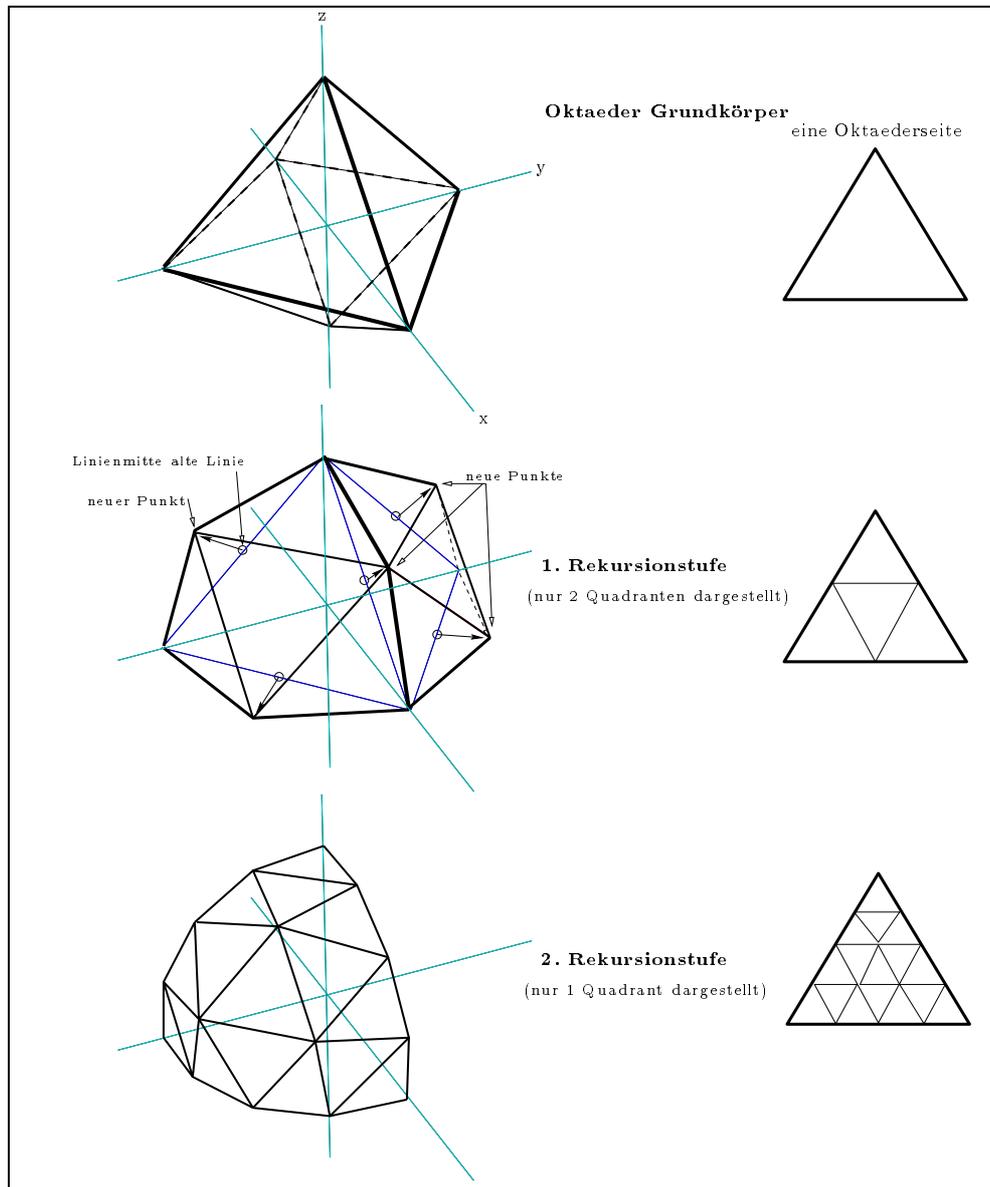


Abbildung 7.6: Rekursive Unterteilung eines Oktaeders

```
RD= acos(Tx*Dx + Ty*Dy + Tz*Dz);
func_abc= if(abs(RD-0.35)-0.1,0.0,1.0)
```

Skalarprodukt
BRTF Definition

Der `if` Ausdruck in der letzten Zeile enthält die Ringdefinition (Öffnungswinkel 0.35 rad und Breite 0.1 rad). Diese nicht-stetige, scharf lokalisierte Funktion ist genau der Typ von *BRTF*, der mit anderen Methoden Schwierigkeiten macht, und kommt real bei TWD-Wabenmaterialien vor.

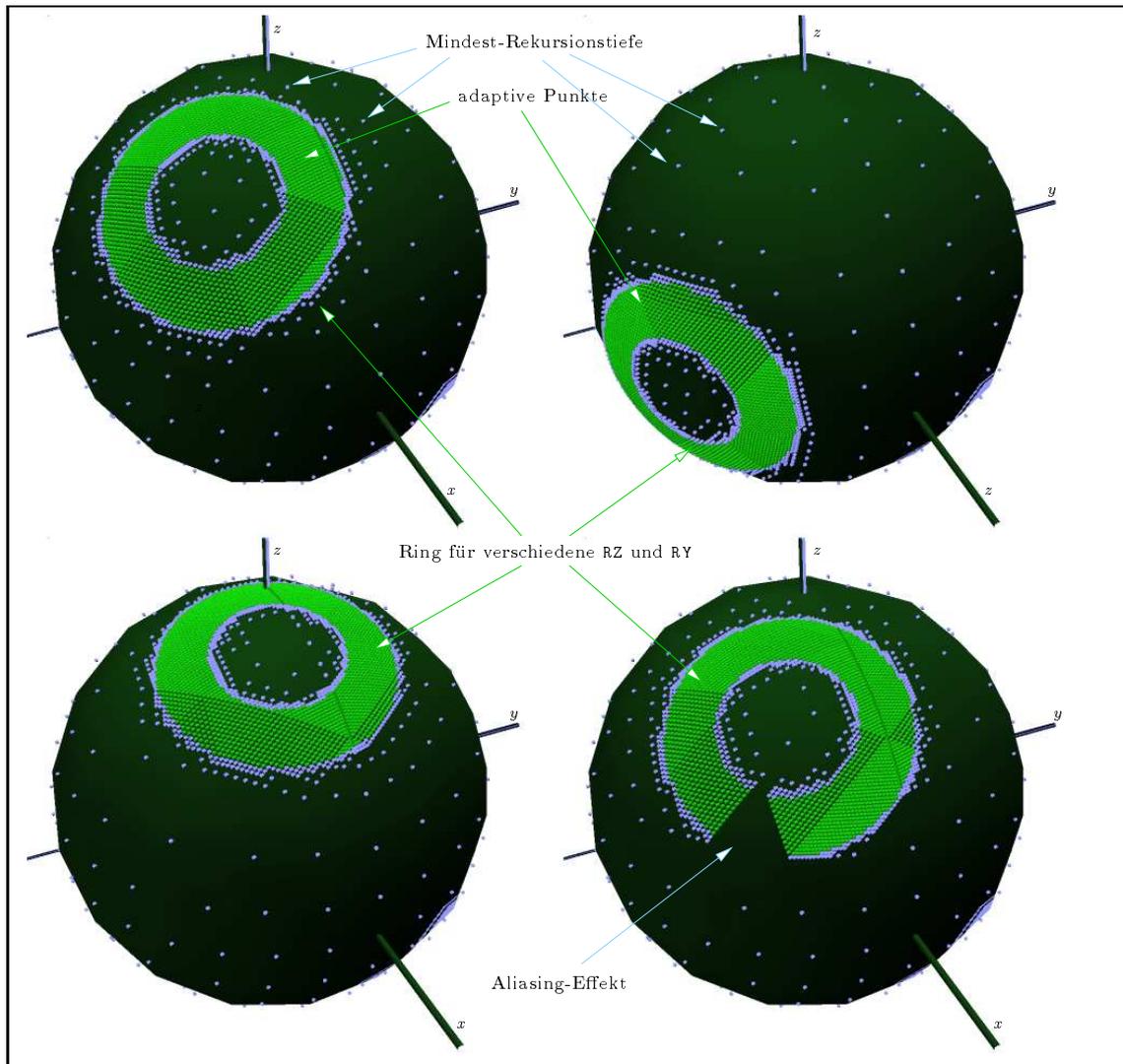


Abbildung 7.7: Rekursive Unterteilung für verschiedene *BRTF*

Die durch den Algorithmus gefundenen Stützstellen (θ_i, ϕ_j) sind in Abb. 7.7 für verschiedene Lagen des Ringes als Punkte auf einer Kugel abgebildet. Wie zu sehen, arbeitet der Algorithmus unabhängig von der Wahl der Ringposition. Er ist jedoch noch nicht perfekt, da die Grundstruktur der Grundkörper-Unterteilung unter Umständen noch sichtbar ist (In Abb. 7.7 rechts unten). Abhilfe schafft wahrscheinlich ein verbessertes Kriterium für die Unterteilung eines Dreiecks, das auch die Rekursionstiefe der Nachbardreiecke berücksichtigt. Hier ist an einen weiteren Ausbau gedacht.

7.5.4.4 Forward Raytracing

Die durch die Auswertung der *BRTF* gefundenen Stützstellen (θ_i, ϕ_j) definieren Raumrichtungen, die mit raytracing-Methoden weiter in den Raum verfolgt werden und die Auftreffpunkte der vom Fenster abgestrahlten Strahldichte auf die Wände und Decke ergeben. In Abb. 7.8, die die 3d-Geometrie als *rshow* Bild zeigt, ist die im vorigen Abschnitt verwendete *BRTF* in ein Fenster modelliert, und die kleinen Kugeln im Raum sind die Auftreffpunkte der raytracing-Strahlen.

Weitere Arbeit ist nötig für die Interpolation der Strahldichte oder Bestrahlungstärke auf den jeweiligen Flächen zwischen den Auftreffpunkten und der Verwendung zusätzlicher Strahlen an den Rändern der Flächen. Damit sollte ein Verfahren für die bessere Modellierung der Lichtlenk-Elemente möglich sein.

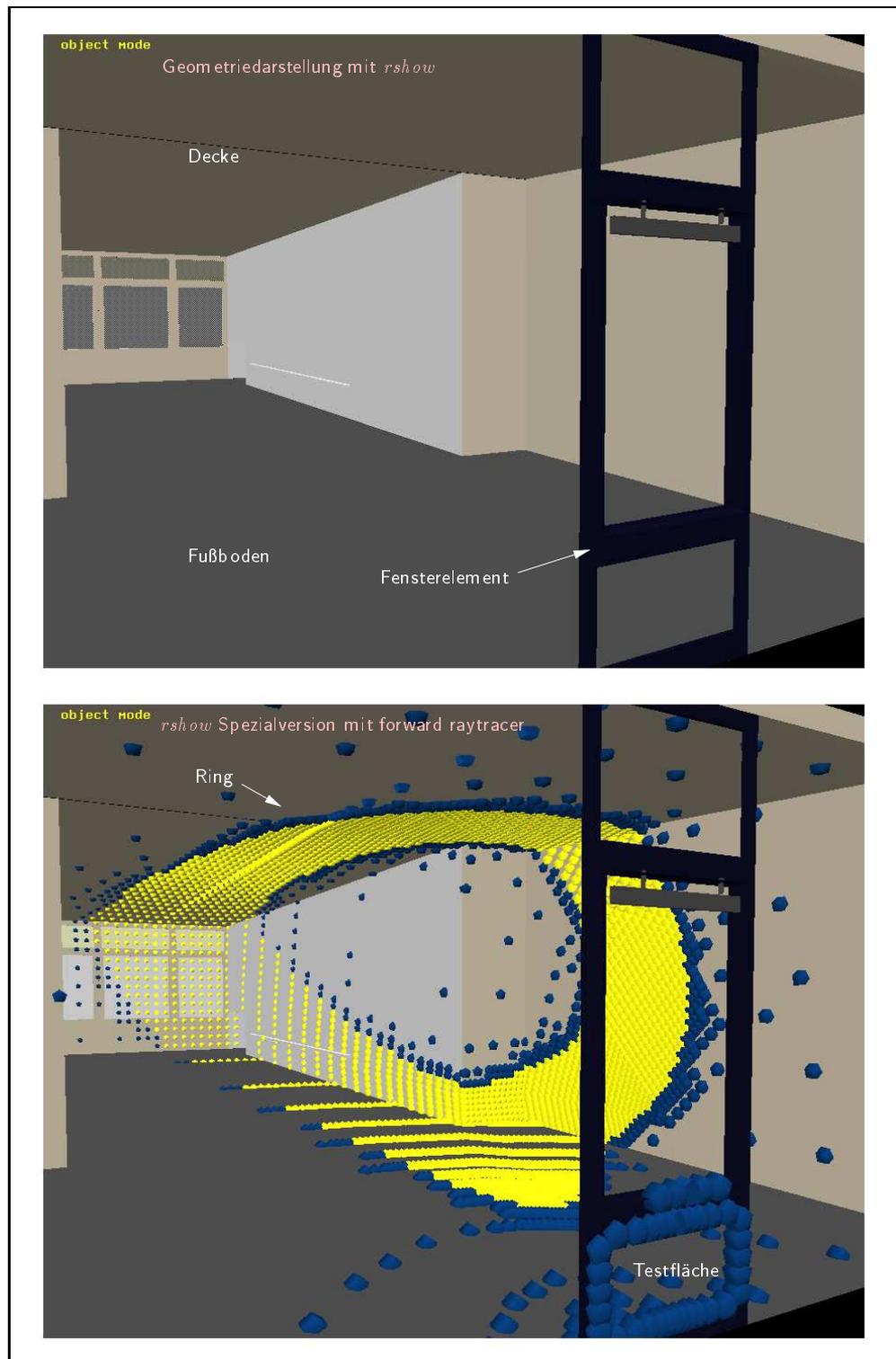


Abbildung 7.8: Strahlverfolgungsschritt im forward-raytracer

Kapitel 8

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird erstmals der vollständige Weg von der Messung neuer, inhomogener, transluzenter Materialien bis zur Verwendung der Daten in Simulationsprogrammen entwickelt. Dies umfaßt eine gründliche Entwicklung relevanter radiometrischer Grundgrößen, die Beschreibung der Meßmethode, ihre Fehleranalyse und die Modellierung der Meßdaten. Auf die Lösung der Strahlungstransportgleichung in modernen Verfahren der Computergrafik wird ausführlich eingegangen, um die Verwendung der Meßdaten in diesen Programmen zu verifizieren. Eine neue Berechnungsmethode für lichtlenkende Materialien wird vorgeschlagen.

Zentrale Größe der radiometrischen Beschreibung inkohärenter Lichtstreuung ist die "bidirectional-reflection-transmission-function" (*BRTF*), die für beliebiges Material (auch inhomogen und anisotrop) definiert ist und ein Maximum an Information, sowohl winkel- als auch orts aufgelöst, für beliebige einfallende Beleuchtung enthält. Alle weiteren Größen, winkelabhängige oder winkelintegrale Reflexion und Transmission, τ_{dh} , τ_{dd} , sowie die Abstrahlung bei beliebiger Beleuchtung, sind aus der *BRTF* berechenbar.

Die Erfahrung zeigt, daß gründliches Verständnis der *BRTF*-Größe in der Praxis Unklarheiten bezüglich der Interpretation der Meßwerte vermeidet: Das Konzept der *BRTF* ist u.a. nötig, um die Streumessungen zu analysieren, die systematischen Fehler (z.B. endlicher Detektoröffnungswinkel) von prinzipiellen Grundlagen (nur der *BRTF*-Mittelwert ist meßbar) zu trennen und die Messungen hinsichtlich der eigentlichen Materialparameter zu interpretieren. Dieser Ansatz wurde schon in den siebziger Jahren für die Reflexionsmessung entwickelt und in dieser Arbeit zum ersten Mal vollständig für die Messung an Tageslichtmaterialien vorgestellt, unter Berücksichtigung der besonderen Eigenschaften dieser Materialien (z.B. Inhomogenitäten im cm-Bereich).

Für die *BRTF*-Messung stand ein, in der eigenen Diplomarbeit konstruiertes, Goniophotometer zur Verfügung. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit und in der Betreuung einer neuen Diplomarbeit weiterentwickelt und verbessert. Besonders die mechanische Detektorführung eliminiert jetzt Meßungenauigkeiten des ersten Designs, und eine verbesserte Referenzmessung reduzierte statistische Fehler. Im Vergleich mit anderen Meßaufbauten zeigt die Apparatur eine gute mechanische Genauigkeit der Detektorposition, einen verifizierten linearen Bereich des Meßsignals, eine schnelle Meßwerterfassung und eine adaptive Steuerung der Winkelauflösung zur Optimierung der Meßzeit und Auflösung. Dazu wurde eine eigene Steuersoftware entwickelt, die einen automatischen Meßablauf erlaubt.

Zum ersten Mal wurden die *BRTF*-Meßwerte, auf der Basis von numerischer Integration, mit winkelintegralen Messungen (Ulbrichtkugel-Messungen) verglichen. Der Nutzen dieses Vergleiches liegt darin, daß zwei unabhängige Meßprinzipien die gleiche Meßgröße liefern und damit eine gute Validierungsmöglichkeit gegeben ist. Die Abweichung liegt derzeit unter 10%. Weitere Untersuchungen systematischer Fehler an Ulbrichtkugel-Messungen und am Goniophotometer werden mit dieser Vergleichsmöglichkeit einfacher.

Ein weiterer Weg zur *BRTF*-Bestimmung wird durch die Anwendung von modernen Verfahren der Computergrafik eröffnet: Strahlverfolgungsprogramme (Raytracing Verfahren) bieten eine flexible und schnelle Möglichkeit die *BRTF* zu berechnen. Dazu wurden zwei Raytracing Programme

verglichen und Lösungen potentieller Probleme (z.B. Aliasing) aufgezeigt. Die Strahlverfolgung ist dabei für eine Klasse von Elementen (translationsinvariant Strukturen) sowohl in einer Ebene (2d-raytracing) als auch im 3d-Raum (3d-raytracing) möglich. Beide Verfahren wurden an Hand eines Materials verglichen. Damit wurde neben der experimentellen Messung und der *BRTF*-Berechnung durch Lösung der Strahlungstransportgleichung in diffusen Materialien eine dritte Möglichkeit der *BRTF*-Bestimmung aufgezeigt.

Diese *BRTF*-Berechnungen und Messungen ergeben jeweils den *BRTF*-Wert an zwei diskreten Raumrichtungen (Einfallswinkel und Ausfallswinkel, d.h. vier Parameter). Für die weitere Auswertung oder Verwendung in Simulationsprogrammen müssen diese diskreten Werte durch ein geeignetes Modell beschrieben werden. Dies ist nötig, um die Datenmenge zu reduzieren (eine typische Messung enthält ca. 5000 Messungen pro Einfallswinkel) und zwischen den Datenpunkten zu interpolieren (die Interpolation zwischen $f_i(\theta, \phi)$ Werten ist nicht so trivial wie zwischen eindimensionalen $f_i(x)$ Werten). Dazu wurden an die Materialien angepaßte Modelle und Fitprogramme vorgestellt, sowie der Fehler zwischen Meßdaten und Modell analysiert.

Dies liefert die Grundlage für die Verwendung der *BRTF*-Daten in weiteren Simulationsprogrammen. Ziel ist dabei die Lichtverteilung in Innenräumen bei der Verwendung der neuen Materialien zur Tageslichtbeleuchtung zu berechnen. Dazu stand mit RADIANCE ein Programm mit flexiblen Eingabemöglichkeiten zur Verfügung, über dessen interne physikalische Materialmodelle jedoch keine genaue Dokumentation existierte. Deshalb wurden die bereits intern in RADIANCE vorhandenen Modelle der *BRTF* analysiert und (zum ersten Mal) mit Meßdaten verglichen. Dabei ergab sich, daß die internen Modelle die Materialien nur sehr grob modellieren und es erforderlich war, ein neues Modell in dieser Arbeit zu entwickeln.

Die Ergebnisse dieser Arbeit ermöglichen den vorher berechneten Einsatz von neuen Materialien, die in Tageslichtsystemen zu optimalen Energieeinsparung und Lichtqualität beitragen. Ausblick: Die Entwicklung der Simulationsprogramme ist jedoch noch nicht abgeschlossen. Es gibt einige Materialtypen mit δ -förmiger *BRTF*-Verteilung, die nicht effektiv verarbeitet werden können. Nach dem Bau einer Meßapparatur und der Materialmodellierung wäre ein weiterer Schritt die Verbesserung der Simulationsprogramme und der ihnen zu Grunde liegenden Lösungsmethode der Gleichung inkohärenten Strahlungstransports zwischen Flächen. Dazu wurde ein Ansatzpunkt (adaptiver forward raytracer) erarbeitet und vorgestellt.

Teile dieser Arbeit wurden in [AB94], [ABG94] und [ABvG94] publiziert.

Mein Dank geht vor allem an:

- Freunde, ohne deren fachlichen Rat und nicht-fachliche Unterstützung nichts fertig geworden wäre: besonders Annegret Nagel und Thomas Schmidt.
- die Führungs-Crew des ISE, besonders Prof. Dr. A. Goetzberger, Prof. Dr. J. Luther und Priv. Doz. Dr. V. Wittwer, für das gute Arbeitsklima am ISE und die fachliche Betreuung.
- Jochen von der Hardt für den weiteren Ausbau des Goniophotometers.
- Rian van Staden und ISES für Unterstützung mit dem HP Colorlaserjet Drucker.
- die daylighting Gruppe am LBL, besonders Greg Ward, für Software Unterstützung.
- die Mitarbeiter im "Container" für ein angenehmes Arbeitsklima.
- Beate Praetorius, Thomas Schmidt, Jochen von der Hardt für umfangreiches Durchlesen.
- unzählige Freiwillige im Internet, die exzellente public-domain Software geschrieben haben (u.A. Linux, T_EX, L^AT_EX, GNU, VOGL).
- meine Eltern.

On ne voit bien qu'avec le cœur. L'essentiel est invisible pour les yeux.

Le petit prince, Antoine de Saint Exupéry

Anhang A

RADIANCE Standard *BRTF*-Modelle

Die RADIANCE-eigene Beschreibung ist im RADIANCE-Paket (Version R2.4) als Datei
 "ray/doc/ps/materials.ps"

enthalten, ihre Grundlagen sind zum Teil in [War92] ausgeführt. Hier sollen die Formeln in der Notation dieser Arbeit zitiert werden, da die neuen Modelle *BRTF*-Modelle auf diese aufbauen. Zur Orientierung und zum Vergleich enthält diese Aufstellung auch die Reflexionsmodelle. Die genaue Form von (7.9) lautet:

$$\mathcal{L}_i(\vec{x}, \vec{\xi}) = \underbrace{\rho_s \mathcal{L}_{\text{Spiegel}} + \tau_s \mathcal{L}_{\text{Brechung}}}_{\delta\text{-Anteile der } BRTF} \quad (\text{A.1})$$

$$+ \underbrace{\sum_j^{\text{QuellenFrontseite}} \iint_{\vec{\eta}}^{\mathbf{A}_j} \left\{ \frac{\rho_d}{\pi} + \rho_{si} \right\} \mathcal{L}_j^* \cos(\alpha_i(\vec{v})) \Omega_{ij} \, d\mathbf{A}_j}_{\text{reflected direct calculation}} \quad (\text{A.2})$$

$$+ \underbrace{\sum_j^{\text{QuellenRückseite}} \iint_{\vec{\eta}}^{\mathbf{A}_j} \overbrace{\left\{ \frac{\tau_d}{\pi} + \tau_{si} \right\}}^{BRTF} \mathcal{L}_j^* \cos(\alpha_i(\vec{v})) \Omega_{ij} \, d\mathbf{A}_j}_{\text{transmitted direct calculation}} \quad (\text{A.3})$$

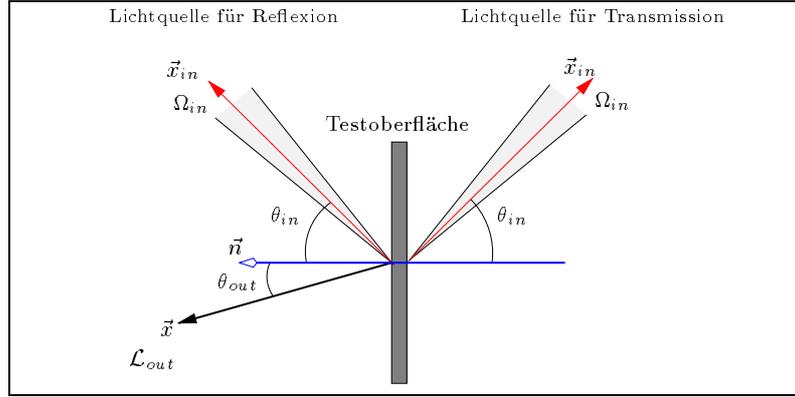
$$+ \underbrace{\frac{\rho_a}{\pi} \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=2\pi} \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) \, d\Omega_{in}}_{\text{reflected ambient calculation}} + \underbrace{\frac{\tau_a}{\pi} \int_{\vec{x}_{in}}^{\Omega_{in}=2\pi} \mathcal{L}_{in}(\vec{x}_{in}) \cos(\alpha_{in}) \, d\Omega_{in}}_{\text{transmitted ambient calculation}} \quad (\text{A.4})$$

wobei die Parameter $\rho_s, \rho_d, \rho_{si}, \rho_a, \tau_s, \tau_d, \tau_{si}, \tau_a$ vom Oberflächentyp abhängen. Davon gibt es in RADIANCE: "plastic", "glass", "interface" und "trans"¹. Die Bezeichnungen ergeben sich aus den primär mit diesen Oberflächentypen modellierten Materialien, bedeuten aber keine Beschränkung auf exakt dieses reale Material. Durch Wahl der Parameter kann z.B. der Typ "plastic" auch das reale Material "Beton" simulieren.

Diese *BRTF*-Modelle lassen sich in einem simulierten *BRTF*-Meßaufbau testen, der in Abb. A.1 skizziert ist:

Eine Lichtquelle in Richtung \vec{x}_{in} mit Raumwinkel Ω_{in} beleuchtet mit $\theta_{in} = 45^\circ$ Einfallswinkel eine Testfläche. Für die Reflexions- und Transmissions-Simulationen von diffus streuenden Materialien ("plastic", "trans") wird $\Omega_{in} = 2\pi(1 - \cos(0.5))$ (Raumwinkel eines Kegels mit 1° Öffnungswinkel) angenommen, für die "glass" und "interface" Materialien wird auf der Transmissionsseite

¹Das Material "dielectric" basiert auf dem "interface" Modell.

Abbildung A.1: RADIANCE Simulation eines *BRTF*-Meßaufbaus

$\Omega_{in} = 2\pi$ verwendet. Der Strahllichtesensor ist auf einen festen Punkt der Fläche gerichtet und wird um diesen geschwenkt. Der Winkel zur Oberflächennormalen ist θ_{out} .

A.1 Material "trans"

Dieses Material verwendet ein einfaches Modell für transluzente Materialien, das in der RADIANCE Eingabedatei beschrieben ist als:

```
void trans Test
0
0
7 a1(Rot) a2(Grün) a3(Blau) a4(reflection-specularity) a5(roughness)
  a6(transmissivity) a7 (transmission-specularity)
```

Verwendet werden die Formeln (A.1 bis A.4) mit folgenden Parametern:

$$\begin{aligned}
\rho_s &= a_4, \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } 0 \\
\rho_{si} &= a_4 \frac{f}{\sqrt{\cos(\alpha_{in}) \cos(\alpha_{out})}}, \text{ falls } a_5 > 0, \text{ sonst } 0 \\
\rho_d &= C(1 - a_4)(1 - a_6) \\
\rho_a &= C(1 - a_4)(1 - a_6), \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } C(1 - a_6) \\
f &= \frac{\exp[(\vec{h} \cdot \vec{n})^2 - |\vec{h}|^2/\xi]}{4\pi\xi}, \quad \xi = a_5^2 + \frac{\Omega_{in}}{4\pi} \\
\tau_s &= a_6 a_7 (1 - a_4) C, \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } 0 \\
\tau_{si} &= a_6 a_7 (1 - a_4) C \frac{g}{\sqrt{\cos(\theta_{in}) \cos(\theta_{out})}}, \text{ falls } a_5 > 0, \text{ sonst } 0 \\
\tau_d &= a_6 (1 - a_4)(1 - a_7) C \\
\tau_a &= a_6 (1 - a_4)(1 - a_7) C, \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } a_6 (1 - a_4) C \\
g &= \frac{\exp[(2 \cos(\theta_{streu}) - 2)/\beta]}{\pi\beta}, \quad \beta = a_5^2 + \frac{\Omega_{in}}{\pi}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Die originale Formel beinhaltet noch einen Texture (bump mapping) Vektor, der hier weggelassen wurde. θ_{streu} ist der Winkel zwischen Vorwärtsrichtung und Ausfallsrichtung \vec{x}_{out} .

Diese Materialformel wird übersichtlicher und einfacher, wenn nur Transmission betrachtet wird, die RGB Werte auf 1 gesetzt werden und die ideale *BRTF* bestimmt wird: $a_4 = 0$, $C = 1$ und $\Omega_{in} = 0$.

Mit den verbleibenden Parameter der "transmissivity" a_6 , des nicht diffusen Anteils "transmission-specularity" a_7 und der "roughness" a_5 wird aus (A.5) und (A.3) folgendes Modell für die *BRTF*:

$$\begin{aligned} BRTF_{trans} &= \frac{\tau_d}{\pi} + \tau_{si} \\ &= \frac{a_6 (1 - a_7)}{\pi} + \frac{a_6 a_7}{\pi a_5^2 \sqrt{\cos(\theta_{in}) \cos(\theta_{out})}} \exp[(2 \cos(\theta_{streu}) - 2)/a_5^2] \quad (A.6) \end{aligned}$$

Zur Sicherheit wurde diese Formel mit RADIANCE-*BRTF*-Werten verglichen und die Ergebnisse sind in in Abb.A.2 für $\theta_{in} = 70$ aufgetragen. Offensichtlich ist die Formel richtig. Gl. (A.6) wurde in Kap. 6.1.3 mit Meßdaten verglichen.

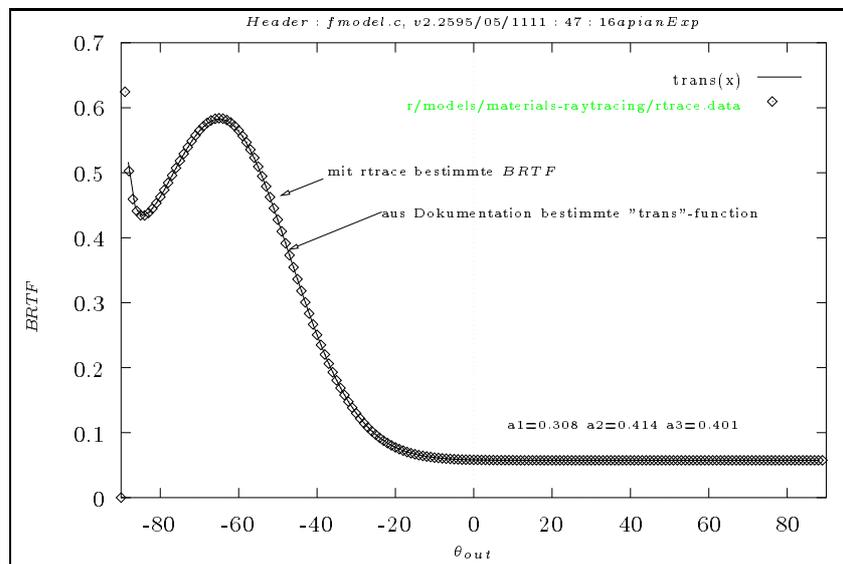


Abbildung A.2: *BRTF* des RADIANCE-internen "trans" Modells

A.2 Materialien "plastic" und "metal"

Diese *BRTF*-Modelle sind durch 5 Parameter gekennzeichnet: Die Farbe wird durch ein Wertetripel für die drei Farbkanäle in RADIANCE angegeben, die beiden anderen Zahlen kennzeichnen die "Specularity" und die Oberflächenrauigkeit. Konkret wird eine Oberfläche "Test" in der Eingabedatei definiert als:

```
void plastic Test
0
0
5 a1 (red) a2 (green) a3 (blue) a4(specularity) a5(roughness)
```

Für die RADIANCE-Materialien "plastic" und "metal" ergeben sich die Koeffizienten in (A.1 bis A.4) für jeden Farbkanal wie folgt: (Dabei ist C ein Wert des RGB-Tripels zur Farbangabe.)

$$\rho_s = a_4, \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } 0$$

$$\begin{aligned}
\rho_{si} &= a_4 \frac{f}{\sqrt{\cos(\alpha_{in}) \cos(\alpha_{out})}} \quad , \text{ falls } a_5 > 0, \text{ sonst } 0 \\
\rho_d &= C(1 - a_4) \\
\rho_a &= C(1 - a_4) \quad , \text{ falls } a_5 = 0, \text{ sonst } C \\
f &= \frac{\exp[(\vec{h} \cdot \vec{n})^2 - |\vec{h}|^2/\xi]}{4\pi\xi} \quad , \xi = a_5^2 + \frac{\Omega_{in}}{4\pi} \\
\tau_s &= \tau_d = \tau_{si} = \tau_a = 0 \quad (\text{d.h. keine Transmission})
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Der Vektor \vec{h} ist dabei in Richtung der Winkelhalbierenden zwischen \vec{n} und der Ausfallsrichtung. Für eine Metalloberfläche wird $\rho_s = a_4$ durch $\rho_s = a_4 C$ ersetzt, da farbige Metalloberflächen eine Lichtquelle farbig widerspiegeln (physikalischer Grund ist die unterschiedliche Absorption von Licht in Dielektrika und Metall). Die mit Gl. (A.7) für verschiedene Werte von a_4 (specularity) und a_5 (roughness) erhaltenen Werte der Strahldichte \mathcal{L}_{out} sind in Abb. A.3 für einen RADIANCE-Farbkanal aufgetragen.

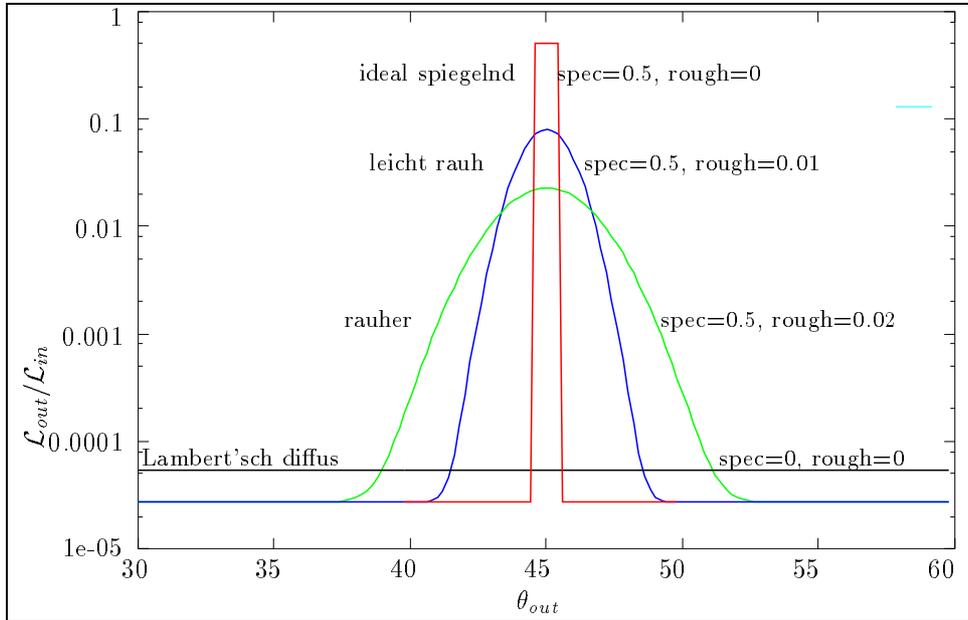


Abbildung A.3: Reflexion für verschiedene Parameter einer "plastic" Oberfläche $\theta_{in} = 45$

Betrachten wir zuerst die beiden extremen Fälle: eine ideal spiegelnde und eine ideal diffuse Oberfläche. Die Beschreibung der ideal spiegelnden ist in (2.61) gegeben und durch die direkt-direkt Reflexion ρ_{dd} spezifiziert. Die Breite der Kurve in Abb. A.3 ist dabei der Öffnungswinkel der Lichtquelle (1°). Innerhalb dieses Winkelbereiches "sieht" der Detektor die in der Oberfläche gespiegelte Quelle ².

Die abstrahlende Strahldichte \mathcal{L} der ideal diffusen Oberfläche (Gl. (2.67)) ist, wie zu erwarten, unabhängig vom Ausfallwinkel und ergibt sich aus dem Parameter R der Oberfläche, der Strahldichte \mathcal{L}_{in} und dem Raumwinkel der Quelle Ω_{in} zu: $\mathcal{L} = (R/\pi) \mathcal{L}_{in} \Omega_{in}$.

² Anmerkung für RADIANCE-Anwender: Für eine ideal reflektierende "plastic" Oberfläche ist $\tau_{dd} = a_4$, unabhängig vom Einfallswinkel.

A.3 Materialien "interface" und "dielectric"

Dieses Material verwendet die Fresnelformeln (2.13) zur Modellierung einer dielektrischen Grenzschicht ("interface"). Die Parameter werden im Eingabefile angegeben als:

```
void interface Test
0
0
8 R1 G1 B1 n1 R2 G2 B2 n2
```

wobei R_1, G_1, B_1, R_2, G_2 und B_2 die Absorption im Material festlegen und n_1, n_2 die Brechungsindizes in den Medien sind. In den Formeln (A.1 bis A.4) ergeben sich die Parameter für "interface" als:

$$\begin{aligned} \rho_s &= C R_{gesamt} \\ 0 &= \rho_{si} = \rho_d = \rho_a \\ \\ \tau_s &= C T_{gesamt} \\ 0 &= \tau_{si} = \tau_d = \tau_a \end{aligned} \tag{A.8}$$

Wie in den anderen Formeln steht C für einen der RGB-Kanäle, die für dieses Material die Absorption längs des Einheitswegs angeben. Dazu wird die zwischen zwei Grenzflächen zurückgelegte Wegstrecke beim raytracing mit berücksichtigt. Die Testergebnisse der Transmission von "Interface" sind in Abb. A.4 dargestellt, wobei als Beispiel die winkelabhängige Transmission an einer Grenzfläche zwischen Medium-1 ($n=1.5$) und Medium-2 ($n=1.0$) für beide Strahlrichtungen aufgetragen ist (theoretischer Wert für normale Transmission 0.957). Bei Totalreflexion in einer Richtung fällt die Transmission auf Null.

A.4 Material "glass"

"Glass" ist ein Modell für eine, durch zwei planparallele Grenzflächen eingeschlossene Schicht mit Brechungsindex n , deren Reflexion und Transmission sich aus dem Grenzwert der Mehrfachreflexionen ergibt.

```
void glass Test2 0
0
4 R G B n
```

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{1}{2} \frac{R_- (1 + (1 - 2R_-)c^2)}{1 - R_-^2 c^2} + \frac{1}{2} \frac{R_+ (1 + (1 - 2R_+)c^2)}{1 - R_+^2 c^2} \\ 0 &= \rho_{si} = \rho_d = \rho_a \\ \\ \tau_s &= 0.5 \frac{(1 - R_-)^2}{1 - R_-^2 c^2} + 0.5 \frac{(1 - R_+)^2}{1 - R_+^2 c^2} \\ 0 &= \tau_{si} = \tau_d = \tau_a \end{aligned} \tag{A.9}$$

Die Testergebnisse der Transmission von "Glass" für $n = 1.52$ sind in Abb. A.4 aufgetragen. Sie liegen, wie zu erwarten, unter der Transmission *einer* Grenzschicht.

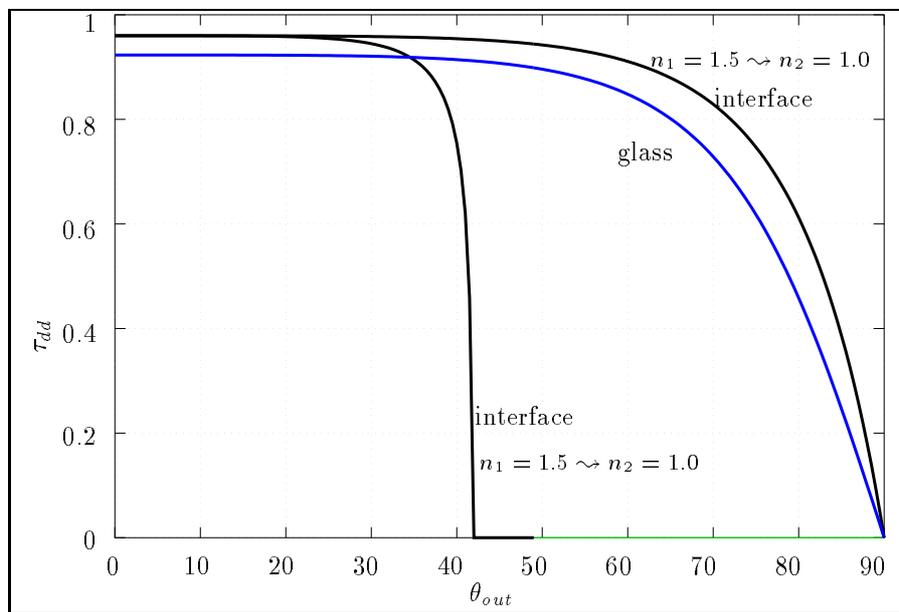


Abbildung A.4: Transmission einer Grenzschicht "interface" und einer dünnen Schicht "glass"

Anhang B

Verwendete RADIANCE Textfiles

B.1 Geometrie-Eingabefile für RADIANCE-*BRTF*

Für Radiance Interessierte hier der source des RADIANCE Files für die Halbkugel, die aktuelle Version ist gerne auch als Email von "apian@ise.fhg.de" erhältlich.

```
### test file fuer "forward" raytracing, d.h.
### der beobachter sieht durch eine Halbkugel auf eine
### Lichtquelle (Raumwinkel), Ziel ist die Beleuchtungs
### staerke auf einem dA zu berechnen, wenn dieses dA
### ueber Lichtbrechung in der Halbkugel beleuchtet wird.
### pab, Jan 95
### $Header: /users/apian/radiance/models/jochen/RCS/sphere.rad,v 1.3 1995/01/14 17:49:47 apian Exp apian $

### Definition des Glassmaterials:
### (R G B) transmissivity, n , Hartmann const.
void dielectric myglass
0
0
5 0.15 1.0 1.0 1.5 0
### Plastic def.
void plastic mypla
0
0
5 0.7 0.7 0.7 0 0
void plastic redpl
0
0
5 0.5 0.0 0.0 0 0

### um die Kugel besser sichtbar zu machen,
### besteht sie aus 1% Plastik
void mixfunc mf
4 mypla myglass mixz mix.cal
0
0
### Kugelgeometrie
mf sphere mysphere
0
0
4 0 0 0 1
### die eine haelfte der Kugel wird vom Volumen abgezogen
void antimatter ma
1 mf
0
0

!genbox ma abox 1.1 2.2 2.2 | xform -t -1.1 -1.1 -1.1
```

```

### Licht Definition (W * m-2 * sr-1 )
void light myl
0
0
3 10000 10000 10000
myl source s
0
0
4 -1 0 0 2

!echo -e "redpl sphere s1\n0\n0\n4 1 0 0 0.01" | xform -rz -17.5

```

B.2 Aerogel Modell in Syntax der function-files

```

{
$Header: /users/apian/docu/d/annex/RCS/a3.t,v 1.6 1995/08/22 11:41:55 apian Exp apian $
}
{
    Dx, Dy, Dz           - ray direction (towards light source)
    Nx, Ny, Nz           - surface normal
    Px, Py, Pz           - intersection point
    Rdot                 - ray dot product
}
PIh= PI*0.5;
Dsin(x) = sin( x*PI/180.0 );
Dcos(x) = cos( x*PI/180.0 );
DAcos(x)= Acos(x)*180.0/PI;
xpol(theta,phi)= Dsin(theta)*Dcos(phi);
ypol(theta,phi)= Dsin(theta)*Dsin(phi);
zpol(theta,phi)= Dcos(theta);

{ aus: fit-cosgauss-interpane+aerogel+hor-30.mpc.gpi }
a1(x)=-0.0565344;
a2(x)=0.141663;
a3(x)=0.339184;
a4(x)=0.0539735;
a5(x)=0.559945;
a6(x)=0.210011;

pow(a,b)= exp(b*log(a));
a6r(x)= a6(x)*PI/18.0;
lsx(x,y,z,a) = sin(Acos(z)+a) * cos(atan2(y,x)); { shift peak to surface normal }
lsy(x,y,z,a) = sin(Acos(z)+a) * sin(atan2(y,x));
lsz(x,y,z,a) = cos(Acos(z)+a);
{
    cosgauss depends on two angles:
m1 diffuse scattering, cosine power, depends only on (N.D)
    c= c[0,1]  0=parallel to surface, 1=parallel to N
m3 forward scattering, gauss , depends only on scattering angle
t3=t3[0,1] scattering angle:  1=right angle scattering, 0=forward scattering
the fit parameters depend on the incoming angle
in_angle=[0,90] 0=onto surface, 90=parallel to surface, in [deg]
`if` clips backward scattering
}

m1( c , in) = a1(in) + a2(in)*pow(c,a3(in));
m3( t3, in) = if( 1.0-t3, a4(in)*exp( -t3*t3*a5(in)*10.0 ) , 0.0 );
aerogel_model( c, t3, in_angle ) = m1( Rdot, in_angle ) + m3( t3, in_angle );
aerogel(lx,ly,lz)= aerogel_model(
Rdot, { cos(theta) }
Acos( lsx(lx,ly,lz,a6r(45))*Dx + { `normiertes` theta_3 }
lsy(lx,ly,lz,a6r(45))*Dy +
lsz(lx,ly,lz,a6r(45))*Dz )/PIh,
DAcos(-(lx*Nx+ly*Ny+lz*Nz)) { theta_in in deg }
);

```

B.3 UNIX shell script zur Auswertung von function-files

```
#!/bin/ksh
# convert Radiance function files to mountain polar plot
# by sampling with rcalc, Peter Apian-Bennewitz, ISE-FhG
# $Header: /users/apian/docu/d/annex/RCS/a3.t,v 1.6 1995/08/22 11:41:55 apian Exp apian $
# assumes surface normal N=(0,0,-1)
# remember: D vector is pointing towards surface
# brightfunc surface is flipped to face incoming eye ray

if [ $# != 1 ]
then
echo "usage: radcal2mountain in_angle"
exit 1
fi
in_angle=$1
phi_step=10
theta_step=5
theta=91; while [ $theta -le 180 ]
do
phi=180; while [ $phi -le 360 ]
do
echo $theta $phi
((phi=phi+phi_step))
done
((theta=theta+theta_step))
done | \
rcalc -e '$1=$1; $2=$2;' \
-e '$3=aerogel( Dsin(`$in_angle`), 0, Dcos(`$in_angle`) );' \
-e 'Dx=-xpol($1,$2);Dy=-ypol($1,$2);Dz=-zpol($1,$2);' \
-e 'Rdot= -zpol($1,$2);' \
-e 'Nx=0;Ny=0;Nz=-1;' \
-f /usr/local/radiance/lib/rayinit.cal -f aerogel_try.cal \
> radcal_`in_angle`.brtf
exit 0
```

B.4 UNIX makefile zur Auswertung von mkillum-files

```
mkillum_test: mkillum_test.i.oct gen_rtrace
gen_rtrace 2> q0 | rtrace -h mkillum_test.i.oct | awk '{print $1}' > q1
lam q0 q1 > mkillum_test.brtf
```


Anhang C

Design des Goniophotometers

Das neue Merkmal des Goniophotometers ist der Raumwinkelbereich, den der Detektor durch die mechanische Schwenkbewegung abdeckt: Wie in 2.4 beschrieben, liegen alle Transmissions-Ausfallswinkel auf einer Halbkugel (Raumwinkel 2π). Durch Ausnutzung der Rotationsymmetrie um die Licht-Einfallrichtung reduziert sich dieser Scanbereich des Detektors, in diesem Fall auf eine Viertelkugel ([AB90, Kapitel 3]). Die Idee bei Konstruktion des Geräts war daher [AB90], eine Messung der $BRTF$ aus zwei Teilmessungen zusammenzusetzen. Die Erfahrung zeigt jedoch, daß dies nicht problemlos möglich ist:

Zum einen ist das Strahlprofil nicht ideal symmetrisch, zum anderen ist das Zusammensetzen ungenau, wenn die beiden Hälften sich durch Justierungenauigkeiten der Apparatur überlappen. Beide Effekte sind besonders ausgeprägt bei stark vorwärts-streuenden Proben, da die "Naht" der beiden Hälften dann durch das auf einen kleinen Winkelbereich konzentrierte Maximum der Meßwerte verläuft.

Im ursprünglichen Aufbau des Scanners variierte r_{out} durch die lineare Führung des Detektors zwischen 0.7 und 1 Meter. Der dadurch variable Raumwinkel wurde bei der Auswertung berücksichtigt. Die Korrektur ist eine triviale Multiplikation mit r_{out}^2 , setzt aber voraus, daß die Meßwerte keinen Offset haben, d.h. der Nullpunkt der Messungen alle Gleichspannungsanteile (Streulicht, Induktionen in den Meßleitungen) korrigiert. Als Testfall bietet sich die Streulichtverteilung bei senkrechter Einfallrichtung und rotationssymmetrischen Material an, die von θ_{out} unabhängig sein muß. Da der Abstand zum Detektor eine Funktion von ϕ_{out} und θ_{out} ist, zeigen sich Fehler in der Untergrundkorrektur als Abweichungen in der Symmetrie um die Ausfallrichtung (d.h. die Meßwerte variieren mit θ_{out}). Auch diese Fehler sind durch die neue Mechanik ausgeschlossen.

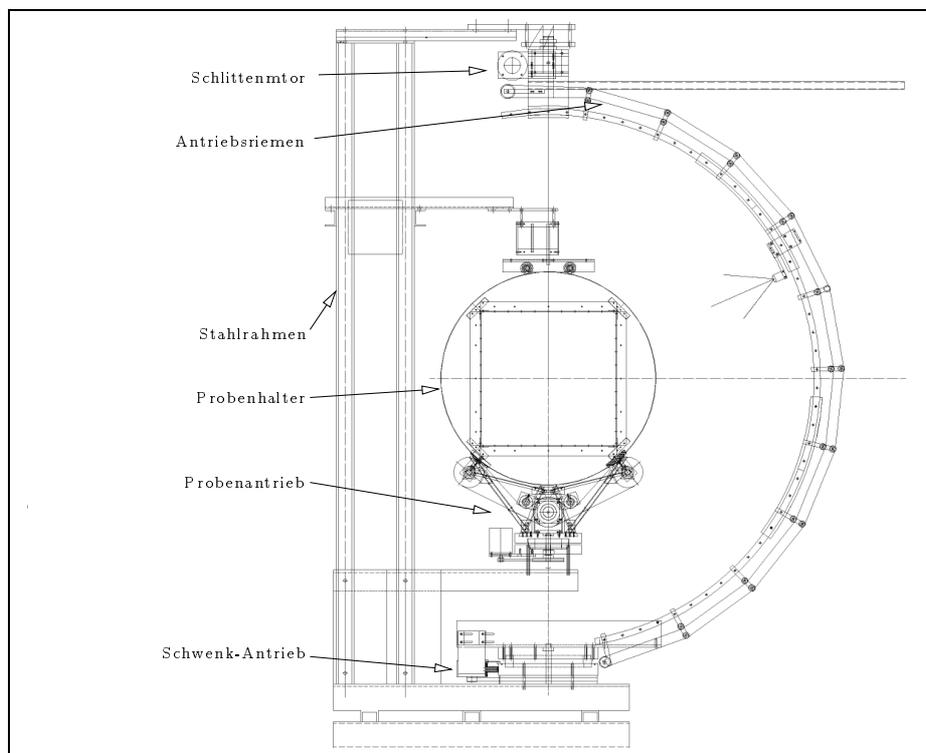


Abbildung C.1: Seitenansicht der Apparatur

Anhang D

Dokumentation eigener Programme

D.1 Interaktive Darstellung einer Funktion $f = f(\theta, \phi)$

Für die Visualisierung der Meßdaten, die eine allgemeine Form $f = f(\theta, \phi)$ haben, wurde ein interaktives Programm entwickelt, daß den Umgang mit diesen Daten wesentlich vereinfacht (vergl. auch die Datendarstellung in [AB90], bei der eine nicht-interaktive Version dieses Prinzips verwendet wurde). Die Anleitung (*UNIX manual page*) für dieses Programm ist wie folgt:

MOUNTAIN(1) **MOUNTAIN(1)**

NAME

mountain - display theta/phi data on an SGI machine

SYNOPSIS

```
mountain [ -v ] [ -i theta in,phi in ] [ -g =widthxheight-  
pos-ypos ] [ -p rle file ] [ -t ] [ -e ] [ -o outfit file  
] [ infile ]
```

DESCRIPTION

This program interactively displays data points on a Silicon Graphics machine. Each data point is described in a spherical coordinate system as a theta/phi data triple. Either the upper hemisphere (theta=[0..90]) or lower hemisphere (theta=[90..180]) is then projected onto a flat disc in the xy plane with the data value being the z-value. Phi varies between either 0 to 360 degrees counter-clockwise around the disc, theta runs from 0 or 180 degrees in the disc center to 90 degrees at the disc perimeter. The positive x axis corresponds to phi=0. A triangle mesh is constructed from the data points (Delaunay-Triangulation), thus preventing any artifacts introduced by interpolation methods.

A number of display options are available and can be selected at runtime: Shading of the mountain by two fixed light sources. Color or black/white texturing depending on the data value. Projection from 3-D space to the screen can be perspective or orthogonal. Highlighting of the triangular mesh lines. Displaying the data points as small spheres. Clicking any datapoint shows its theta phi data value.

OPTIONS

```
-t    display theta=[90..180]  
  
-r    display theta=[0..90] (this is the default)  
  
-v    verbose mode  
  
-h    help message
```

- e exit after displaying one image
 - g =widthxheight-xpos-ypos
window geometry in X11 style notation
 - o outfit file
All parameters (eye position, flags etc.) are saved in this file and read from it by pressing functions keys F3 and F4 (see below). Initial parameters are taken from "outfit file" during program startup.
 - p rle file
dump window as Utah Raster Toolkit rle file (see man -k rle). First picture is dumped after startup. See also function key below.
 - i theta in,phi in
Specifies the incident light direction used in the optical scanner at ISE. Allows xtra information blended into the image.
- infile The input will be read from this file. If infile is not specified, the input will be read from the standard input stream. Input format is "theta phi data" per line.

RUNTIME INTERFACE

Three interfaces are offered: The easiest one to use is a "Spaceball" device attached to the SGI, allowing free and straightforward handling of the 3-D mountain. Without "Spaceball" the mountain can be rotated and translated using keys on the SGI keyboard. Finally you may have an xtra X-Window with a Motif control panel.

Keys used on the SGI keyboard:

- F1 Shows an underlying theta phi grid.
- F3 Dump all parameters to file for later retrieval. Default filename is "mountain outfit", use the -o comamnd line option to select a different filename.
- F4 Reload all parameters from file.
- F5 Toggle display triangles with b/w phi-theta mesh
- F6 Toggle display triangles as solid surface.
- F7 Toggle display outlined triangles.
- F8 Toggle shading on/off.
- F9 Toggle displaying of data points as spheres.
- F10 Toggle color or b/w display
- F12 Toggle perspective or ortho projection

PRINT SCRIN

dumps window as rle-file. see -p option.

Cursor keys

rotate mountain around x and z axis

Cursor keys on key-pad

shift mountain along x and z axis

Enter and + keys on key-pad

shift mountain along z axis

Key on key pad

reset view

BUGS

Texturing is essential: This requires VGX, VGX-T, RE or Indigo hardware from SGI.

SEE ALSO

vregion

AUTHOR

Peter Apian-Bennowitz, Fraunhofer Institute for solar

Energy Systems apian@ise.fhg.de
 Many thanks to Seth Teller for the voronoi/delauney package used in the mesh triangulation.

D.2 Die Erweiterung *rshow* für *Radiance*

Für das RADIANCE System wurde ein Programm entwickelt, das die Geometrie auf einer SGI Workstation interaktiv darstellt und die Kontrolle der Geometrie sowie das Auswählen eines geeigneten Betrachterstandpunkts wesentlich vereinfacht. Die in *rshow* verwendete Kamera-Animation, die auf Hermite-Spline Interpolation des Kamera-Orts und Kamera-Winkel basiert, wurde bereits in andere Programmpakete (*genesis*) übernommen. Die Beschreibung (*readme*) des *rshow*-Quelltextes, der ohne Kosten zugänglich ist, beschreibt dieses Programm wie folgt:

```
Welcome to rshow
rshow is an interactive previewer for the RADIANCE synthetic imaging system.
Conditions of use and copyrights notes are appended in this text.
RADIANCE is a raytracing package primarily for lighting design, which is applicable
for a wide range of image generation. Its available via ftp from
hobbes.lbl.gov and nestor.epfl.ch
rshow is available from ise.fhg.de via anon-ftp
```

rshow reads the scene input files (octrees in RADIANCE dialect) and displays them on a Silicon Graphics Workstation or a UNIX workstation running X11. The main use of *rshow* is to check the scene geometry and to select a viewpoint, however interactive moving of instances and spline interpolation of a camera path are also supported. Since *rshow* uses the original RADIANCE input subroutines, it is believed to be compatible with RADIANCE's *rpict* and *rview*. See FEATURES for details.

The two *rshow* flavours (X11 and GL output) differ in user-interface and features: The GL version is (and probably will be) the more complete and elegant, because GL offers more 3-D software and hardware goodies. (If you have an SGI, you should probably get a Spaceball, SpaceMouse, or a similar 3-D input device; it does turn out to be useful). The X11 version uses the public domain VOGL package available from munnari.oz.au 128.250.1.21 and other ftp servers. VOGL provides a subset of the GL language, including output to X11, hpgl, postscript (wireframe) among other things.

RSHOW FEATURES:

- + support of all primitives, except 'source'
- + supported materials:
 - plastic, metal, interface, mirror, illum, light
 - (the modifier hierarchy is traversed to look for these)
 - Only the RGB values are used, so all material types look the same.
 - Glass is currently only supported for 4 sided polygons
- + reads octrees
- + optional display of octree cubes and ambient values
- + supports *rpict*/*rview* command line options:
 - vf, vp, vd, vu, vv, vh, x, y, o
- + writes view file for use with *-vf* option
- + GL version supports movement of instances and camera paths
- + reuses data for multiple instances of the same octree
- + GL und X11 version offer object and camera movement via the "ijkmol quedas 1234" ascii keys, the GL version uses cursor and function keys as well.
- + SGI GL Spaceball/SpaceMouse supported
- + loading of instances and small objects may be suppressed,
 - saving memory space and reducing drawing time to interactive levels for complex objects
- view type is restricted to "perspective view"
- no display of patterns or textures
- copies Radiance geometry data (see *instance.c* for reasons)

(This may be a memory limitation for very big scenes.)

- polygons with holes are not always rendered correctly, because GL doesn't guarantee this.

GL: all GL versions support Spaceball and picking of instances.
The display method (solid or wireframe, color or greyscale) is chosen at runtime, depending on the available hardware.
Glass material is displayed using screen door transparency.

If your box has full fledged double 24 bits or supports dithering and has a zbuffer (that's RE, VGX, GTX, ELAN, XS24+Z, XS+Z, Extreme etc) you'll probably get colored, shaded and zbuffered polygons.
Without zbuffer, only wireframe is drawn and no camera paths are available.
If your machine supports texture, a camera monitor can be painted on the camera, otherwise there's a camera monitor in the lower left corner of the screen.

X11 (via VOGL):

- it's white wireframe only
- camera movement with keypad
- window size is not resizable, (VOGL limit ?)
- sphere tessellation is limited (VOGL bug ?)
- no instance picking+moving, no camera spline interpolation

INSTALL:

To compile and run you need:

- the RADIANCE package
- UNIX workstation with X11 or Silicon Graphics GL library
- VOGL package if you want to use the X11 version
- an ANSI C compiler
- compile RADIANCE
 - rshow uses some object files from within the source tree
 - if your using the X11 version, get and compile VOGL (VOGLE is the wrong one)
 - unpack rshow with "zcat rshow*tar* | tar xfv -"
 - edit makefile, see makefile for details (set the RS and RADOPTS makefile variable)
 - for non-sgi and non-hp workstations: copy hpmake or sgimake to xxxmake and adjust the variables for your workstation
 - on SGI R4x00 processors you may want to add the '-mips2' cc-option to the sgimake file
 - run 'make radcopy' to copy RADIANCE libraries
 - run 'make hp', 'make sgi' or 'make xxx' (see makefile) (ignore the error "ln: sgimake and ln_make are identical.")
 - run 'make'
 - try 'rshow xyz.oct'

TROUBLE ?

on SGI boxes:

- make gr_check

mails some info about your graphics back to me (hints for debugging)

rshow has been tested on:

- SGI VGX 320, running IRIX 4.0.5, accumulation buffer, Spaceball (development platform)
- SGI Indigo ELAN, XS24+Z, XS+Z IRIX 4.0.5F, Extreme 4.0.5H (tested with SpaceMouse)
- Crimson RE
- HP7xx, HPUX 9.x, using HP's ANSI-C compiler, plus VOGL

BUGS:

X11: Since VOGL is used, not all X11 events are supported, in particular there are problems with mouse clicks, so all 'click'-based

interaction is not accessible. Another drawback are the missing pick routines.

A formatted version of the manpage is shipped in `rshow.1.Z`.

A list of brand new bugs may be found at `ise.fhg.de` in `/ftp/pub/radiance/rshow.BUGS`.

CONTACT:

available via ftp from:
`ise.fhg.de:/ftp/pub/radiance`
 comments, bugs, feedback:
`apian@ise.fhg.de`
http://www.ise.fhg.de/personal_home_pages/apian/Welcome.html

Feedback is welcomed. If you do something useful with `rshow`, please give credit to the Radiance folks and to us (FhG-ISE, Freiburg). Thanks. Don't even think of selling this software to other people or distributing it commercially. That is a strict and explicit NO. This software is `_not_` public domain, but copyrighted as noted in the copyright file. Porting to other 3-D libraries (e.g. HP's Starbase, SUN's GL, PHIGS) is not planned. Either you fund us to port it, or you just wait 'till OpenGL comes to your platform. :-)

The make action mails your "uname -a" back to "apian@ise.fhg.de". This is mainly for statistics and serves as an argument to keep this and other software free of charge. By proceeding with the installation, you agree to this, otherwise I ask you to please not install and use `rshow`.

THANK:

Many thanks for help&info to Greg Ward (`greg@hobbes.lbl.gov`), LBL, the RADIANCE guru himself.
 Many thanks to the oz chaps for VOGL.

There's a file `BUGS` with known "real" bugs.

have fun,
 Peter

Peter Apian-Bennowitz `apian@ise.fhg.de`
 Fraunhofer Institute for Solar Energy Systems Tel +49-761-4588-123
 D-79100 Freiburg , Oltmannsstrasse 5 Fax +49-761-4588-302

D.3 weitere Programme

rdis Visualisiert `rtrace`-Ausgabedaten als 3d-Strahlverläufe oder 3d-Projektion davon (xfig-Format).

genpic Generiert einen 3d-Bilderrahmen aus einem `pic`-Bild.

ra_bad Schnelles Testprogramm, um die Vollständigkeit eines `pic`-Bild (und `z-file`) bei Filmsequenz zu testen.

xymountain Die kartesische Version von `mountain`.

tbfilm UNIX shell script zur Animationsberechnung mit HP's taskbroker software.

getqcr Weiterentwicklung des Utah-Rastertoolkit-Programms (35mm/6x7 Film, HP700) für den AGFA/MATRIX QCR-Z Diabelichter.

... u.A. Testprogramme für Ethernet/FDDI LAN's (UDP/TCP)

Anhang E

Fisheye Projektionsformel (Nikon 8mm)

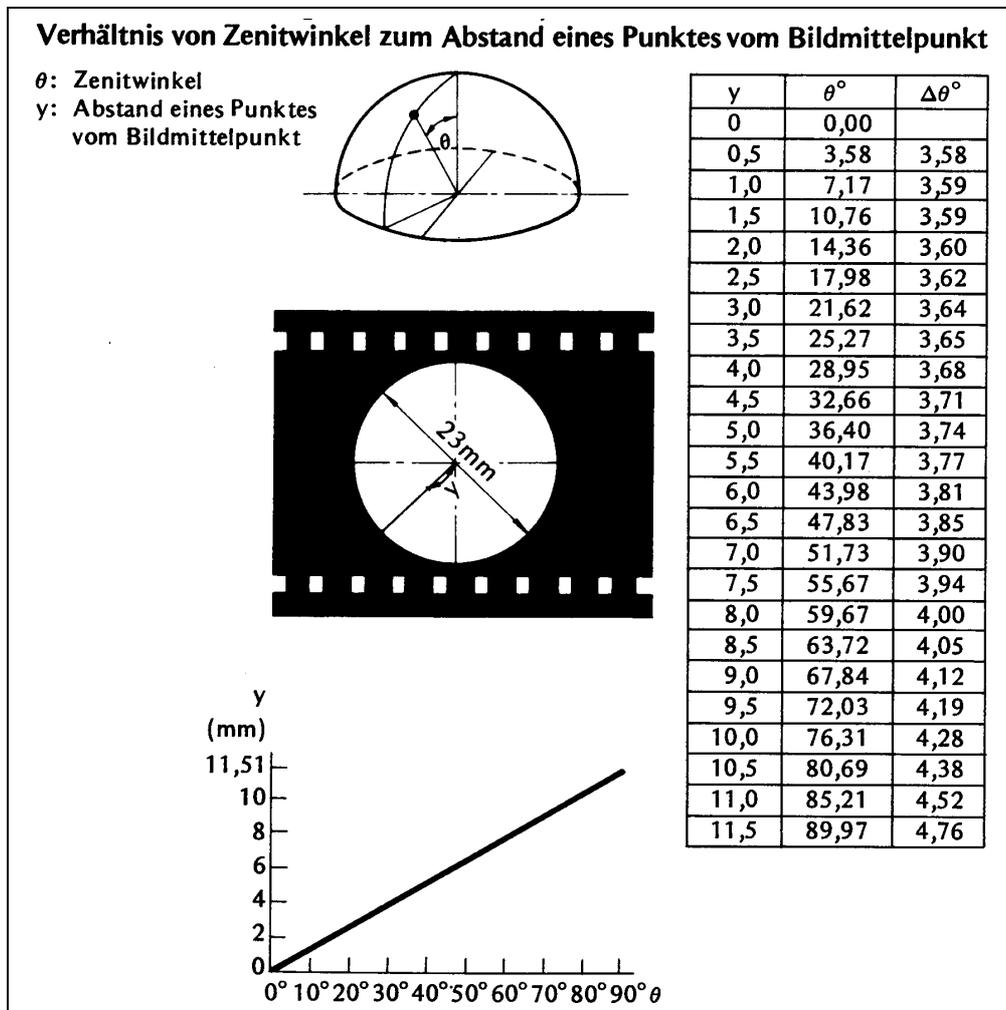


Abbildung E.1: Hersteller Datenblatt für Nikon Fisheye 8mm

Abbildungsverzeichnis

1.1	Parameter der Tageslichtsimulation	3
1.2	Einbaumöglichkeiten der neuen Materialien	4
2.1	Übersicht der grundlegenden Modelle	7
2.2	Zur Definition des gaussian beams	9
2.3	Zur Geometrie der Einzelstreuung	11
2.4	Mie-Streuung für verschiedene Größenparameter α	12
2.5	Geometrie und Notation für Mehrfachstreu-Theorie	13
2.6	Zur Definition des Raumwinkels	15
2.7	Zum Raumwinkel einer Kreisscheibe	16
2.8	Raumwinkel einer Kreisscheibe für verschiedene Abstände	16
2.9	Verwendetes Koordinatensystem	17
2.10	Empfindlichkeit des Auges für verschiedene Wellenlängen	18
2.11	Zur Definition der radiometrischen Grundgrößen	19
2.12	Zur Definition der bidirektionalen Transmission Reflexions Funktion (BRTF)	23
2.13	Zwei Beispiele für ausgedehnte und dicke Proben (links): Lichtlenklamellen aus verspiegeltem Stahlprofil und transluzente Materialien zeigen nicht lokales Streuverhalten.	28
2.14	Zwei äquivalente Meßanordnungen für dicke Proben	29
2.15	Strahlungsaustausch zwischen zwei infinitesimalen Flächen	30
2.16	Einfache konvexe Linse als Strahldichte-Meßgerät für eine Einfallrichtung	32
2.17	Offaxis Strahldichte Messung	32
2.18	Strahlengang und optische Parameter eines Weitwinkel-Objektivs	33
2.19	Gesichtsfeld eines Auges	34
2.20	Detektorarten	35
3.1	Zwei Strahlgeometrien zur <i>BRTF</i> Messung	37
3.2	Mögliche Strahlgeometrien des ISE-Goniophotometers	38
3.3	Skizze der Aufsicht auf die Apparatur und Meßdatenerfassung. Die Lichtquelle und der Detektor sind zusätzlich aus der Ebene herauschwenkbar (siehe Text und Abb. 3.4)	39
3.4	Perspektivische Ansicht eines Computermodells der Apparatur	40
3.5	Zeitlicher Ablauf einer Meßwerterfassung	42
3.6	Photometrische Parameter der Xenon-Lichtquelle	42
3.7	Photometrische Parameter des Detektors ohne Linse	44
3.8	Photometrische Parameter des Detektors mit Linse	45
3.9	Zur Integralgleichung des Detektorsignals	47
3.10	Zur adaptiven Winkelauflösung	48
3.11	Bestimmung der statischen Fehler durch 50 Messungen einer Aerogelprobe	50
3.12	Zur Delaunay Triangulation und Voronoi-Zellen	52
3.13	Beispiel von Meßpunkten und zugeordneten Voronoi-Zellen	53
3.14	Integration mit Voronoi-Zellen	53

4.1	Grundidee des raytracing Verfahrens	55
4.2	Die beiden raytracing Methoden	56
4.3	Zum geometrischen Strahlverlauf in der Glashalbkugel	58
4.4	RADIANCE Bild der Halbkugel für $\bar{s} = R/r$	59
4.5	Strahldichte an \vec{P} in Richtung \vec{A} , theoretische Kurve und RADIANCE Meßpunkte	59
4.6	\overline{BRTF} Berechnung mit RADIANCE	62
4.7	Einfaches Beispiel zur \overline{BRTF} Berechnung einer völlig transparenten Probe mit RADIANCE. Rechteckige Blende mit 100x40 Pixeln, ($\mathbf{E} = 4000$), andere Parameter siehe Text.	63
4.8	Reflexionskoeffizient von Metallflächen abhängig vom Einfallswinkel	64
4.9	Zum Strahlverlauf in einem translations-symmetrischen Element	65
4.10	Berechnung von \overline{BRTF} mit RADIANCE für drei Einfallswinkel und Vergleich mit zweidimensionale Strahlverfolgung	66
4.11	Strahlverlauf in einem Spiegelprofil für drei verschiedene Einfallswinkel. Die Geometrie der Spiegelprofile ist nachträglich eingezeichnet, da in diesem Fall direkt die Ausgabe von RADIANCE visualisiert wurde, die nur den Lichtweg selbst beinhaltet.	67
5.1	Bestandteile des Fitprogramms	73
6.1	Aerogel \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ..75^\circ]$ in 5° Schritten	76
6.2	Vergleich einer 1.8cm Aerogel Schicht mit 0.4cm Polymerstreuer. Das Maximum ist bei Aerogel auf Grund der dickeren Schicht zur Flächennormalen verschoben (\hookrightarrow Abb. 6.15).	76
6.3	Polymerschicht \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ..75^\circ]$ in 5° Schritten	77
6.4	Polymerschicht \overline{BRTF} für verschiedene Einfallswinkel $\theta_{in} = [0^\circ..75^\circ]$ in 5° Schritten	77
6.5	Aerogel \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$	79
6.6	Polymerschicht \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$	80
6.7	Polymerschicht \overline{BRTF} für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$	81
6.8	Der Weg der Modellierung von den Meßdaten, über das Modell im Fitprogramm (C-Programm), das RADIANCE function-file (function file Syntax) bis zur Verwendung des Modells im RADIANCE Programm <i>mkillum</i> . Die Meßpunkte und die Testpunkte sind als Punkte im Polarplot (Aufsicht auf das 3d-Gebirge) eingezeichnet. Die Ähnlichkeit der Plots ist ein Test für die richtige Modellierung des Materials (\hookrightarrow Kap. 7.4.1). Das verwendete Modell ist "cosgauss" am Beispiel des Aerogel-Materials für $\theta_{in} = 30^\circ$. Zur Übereinstimmung von Modell und Meßdaten siehe auch Abb. 6.9.	82
6.9	Aerogel Daten gefittet mit cosgauss Modell	84
6.10	Polymermaterial gefittet mit cosgauss Modell	85
6.11	Polymer Material gefittet mit cosgauss Modell	86
6.12	Aerogel gefittet mit RADIANCE interner trans Funktion. Dieses Modell berücksichtigt nicht den Versatz des Streulichts aus der Vorwärtsrichtung, was besonders bei $\theta_{in} = 60^\circ$ einen schlechten Fit ergibt.	87
6.13	Polymermaterial gefittet mit RADIANCE interner Funktion trans. Analoge Probleme wie bei Aerogel	88
6.14	Polymermaterial gefittet mit RADIANCE interner Funktion trans. Bei diesem stark vorwärtsstreuenden Material ist der Fit relativ gut.	89
6.15	"cosgauss"-Parameter bei Aerogel-Probe für verschiedene Einfallswinkel θ_{in}	90
6.16	Vergleich des Modells (Fläche) mit den Meßdaten (Säule pro Meßpunkt)	91
6.17	Integrierte Goniophotometer-Meßwerte und Ulbrichtkugel-Messungen	92
6.18	Gaussförmiger Strahlquerschnitt als 3d-Plot und Polarplot. Der θ_{out} Winkel ist um einen Faktor 20 gegenüber den Material-Plots vergrößert. In diesem Fall ist die Strahlmitte um 0.5° gegenüber der Symmetrieachse verschoben.	93
6.19	Wabenmaterial mit typischem \overline{BRTF} Ring. Im unteren Bild sind die Meßpunkte als rote Kugeln eingezeichnet, um die adaptive Winkelauflösung zu zeigen.	94

6.20	Unkorrigierte Meßwerte (oben) und mit Referenzdetektor korrigierte (unten)	95
6.21	Aerogel Phasenfunktion und deren Legendreentwicklung	97
6.22	Meßdaten und Ergebnisse des Modells der Mehrkanalstreuung (geometrische Optik plus Rayleigh Streuung) für $\theta_{in} = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$	98
7.1	Strahlungstransport zwischen zwei Flächen	101
7.2	Mögliche Lichtwege von der Quelle zum Strahldichte-Detektor	106
7.3	Zwei Möglichkeiten der Eingabe von Funktionen in das Simulationsprogramm	108
7.4	RADIANCE Simulation der FhG-ISE-Bibliothek (oberes Bild) und reales Photo (unteres Bild) mit Fisheye-Projektion (\leftrightarrow Anhang E) für den 20. Juni 15:33 MEZ.	110
7.5	Kombination von Himmelsmodell und realer Außenfotografie	112
7.6	Rekursive Unterteilung eines Oktaeders	115
7.7	Rekursive Unterteilung für verschiedene <i>BRTF</i>	116
7.8	Strahlverfolgungsschritt im forward-raytracer	118
A.1	RADIANCE Simulation eines <i>BRTF</i> -Meßaufbaus	124
A.2	<i>BRTF</i> des RADIANCE-internen "trans" Modells	125
A.3	Reflexion für verschiedene Parameter einer "plastic" Oberfläche $\theta_{in} = 45$	126
A.4	Transmission einer Grenzschicht "interface" und einer dünnen Schicht "glass"	128
C.1	Seitenansicht der Apparatur	134
E.1	Hersteller Datenblatt für Nikon Fisheye 8mm	141

Tabellenverzeichnis

0.1	Einheiten und Symbole	
2.1	Verschiedene Detektorarten	22
2.2	Verwendete Transmissionen und deren Namen	25
5.1	Parameter der Materialien	70
6.1	Mikroskopische Parameter für 2cm granulares Aerogel	98

Literaturverzeichnis

- [AB89] ARNOLD, C. BLAKE und JERRY L. BEARD: *An ERIM perspective on BRDF measurement technology*. In: STOVER, JOHN C. (Herausgeber): *Scatter from Optical Components*, Seiten 112–135. SPIE Vol. 1165, 1989.
- [AB90] APIAN-BENNEWITZ, PETER: *Bau einer Apparatur zur Messung winkelabhängiger Licht-Streuung an anisotropen Medien*. Diplomarbeit, Universität Freiburg im Breisgau, April 1990.
- [AB94] APIAN-BENNEWITZ, PETER: *Designing an apparatus for measuring bidirectional reflection/transmission*. In: *Optical Materials Technology for Energy Efficiency and Solar Energy Conversion XIII*, Seiten 697–706. SPIE, Vol 2255, April 1994.
- [ABG94] APIAN-BENNEWITZ, PETER und MANUEL GOLLER: *Tageslichtbeleuchtung mit neuen Materialien - Messungen und Computersimulation*. In: *9. Internationales Sonnenforum*, Seiten 990–996, Augustenstr. 79, 80333 München, Juni 1994. DGS, Deutsche Gesellschaft für Sonnenenergie e.V.
- [ABvG94] APIAN-BENNEWITZ, PETER, JOCHEN VON DER HARDT und MANUEL GOLLER: *Characterization of Aerogels for Computer Simulations*. In: *Seventh Int. Meeting on: Transparent Insulation Technology*. Franklin Company, September 1994.
- [Aki78] AKIMA, H.: *A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting for Irregularly Distributed Data Points*. ACM Transactions on Mathematical Software, 4(2):148–159, June 1978.
- [AM91] ABRAMOWSKI, S. und H. MUELLER: *Geometrisches Modellieren*, Band 75 der Reihe *Informatik*, Kapitel 8.3.2 Delaunay-Triangulation, Seiten 256–261. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich, 1991.
- [ANS77] ANS: *Standard Recommended Practice for Goniophotometry of Objects and Materials*. Technischer Bericht E167-77, American National Standard, 1977.
- [Bar83] BARNER, MARTIN und FLOHR, FRIEDRICH: *Analysis II*. de Gruyter, 1983.
- [Bis80] BISCHOFF, K.: *Die Realisierung der SI-Basiseinheit Candela (cd) nach ihrer Neudefinition 1979*. Technischer Bericht 90, Seite 20, PTB, 1 1980. aus BS, p 663.
- [Bow81] BOWYER, A.: *Computing Dirichlet tessellations*. The Computer Journal, 24(2):162–167, 1981.
- [BS93] BERGMANN und SCHÄFER (Herausgeber): *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band 3 Optik. Walter de Gruyter, 9 Auflage, 1993.
- [BW87] BORN, MAX und EMIL WOLF: *Principles of Optics*. Pergamon Press, 6 Auflage, 1987.
- [CDL77] COHEN-TANNOUJJI, CLAUDE, BERNARD DIU und FRANCK LALOË: *Quantum Mechanics*, Band II. John Wiley & Sons, New York, 1977.

- [Cha60] CHANDRASEKHAR, S.: *Radiative Transfer*. Dover, New York, 1960.
- [Coc50] COCTEAU, JEAN: *Orphée*. Vallée de Chevreuse, Seite 105, March 1950.
- [CW93] COHEN, MICHAEL F. und JOHN R. WALLACE: *Radiosity and Realistic Image Synthesis*. Academic Press Professional, Boston, San Diego, New York, 1993.
- [Del95] DELAUNAY, JEAN-JACQUES: *Contribution a la Modelisation de la Lumiere Naturelle en vue de son Application a la simulation de l'Eclairage de Locaux*. Doktorarbeit, Universite Louis Pasteur de Strasbourg I, 1995.
- [DLR90] DYN, N., D. LEVIN und S. RIPPA: *Data Dependent Triangulations for Piecewise Linear Interpolation*. IMA Journal of Numerical Analysis, 10:137–154, 1990.
- [Fer94] FERBER, JÖRG: *Spektrale und winkelabhängige Charakterisierung stark streuender Schichten, Vergleich der Messungen mit Mehrfachstreurechnungen*. Diplomarbeit, Universität Freiburg und Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme, Oktober 1994.
- [Gib86] GIBBINGS, J.C. (Herausgeber): *The systematic experiment*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [Har94] VON DER HARDT, JOCHEN: *Datenintegration auf Kugeloberflächen*. Technischer Bericht FhG-ISE, September 1994.
- [Har95] VON DER HARDT, JOCHEN: *Kalibrierung eines Goniophotometers (Arbeitstitel)*. Diplomarbeit, Universität Freiburg im Breisgau und Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme, Oktober (z.Z. noch in Arbeit) 1995.
- [Hec91] HECKBERT, PAUL S.: *Simulating Global Illumination Using Adaptive Meshing*. Doktorarbeit, University of California, Berkeley, Computer Science Division, Berkeley, CA 94720, 1991.
- [Jac75] JACKSON, J.D.: *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, 1975.
- [Joe91] JOE, BARRY: *Delaunay Versus Max-Min Solid Angle Triangulations For Three-Dimensional Mesh Generation*. Internat. J. Numer. Methods Eng., 31(5):987–997, 1991.
- [jou94] JOULE2 PARTICIPANTS: *Characterization of Glazings Materials for Daylighting Applications, Final report*. Technischer Bericht The Commission of the European Communities, CNRS ENTPE, Rue Audin, 69518 Vaulx-en-Velin, France, 1994.
- [Kei67] KEITZ, H. A. E.: *Lichtberechnung und Lichtmessung*. Philips Technische Bibliothek, 1967.
- [Kel93] KELLER, KARLHEINZ (Herausgeber): *Science and Technology of Photography*. VCH, Weinheim, New York, Basel, Cambridge, Tokyo, 1993.
- [KF88] KLEIN, MILES V. und THOMAS E. FURTAK: *Optik*. Springer-Verlag, 1988.
- [KS87] KANSKI, JACK J. und MANFRED SPITZNAS: *Lehrbuch der klinischen Ophthalmologie*. Georg Thieme Verlag, Stuttgart, 1987.
- [Lec91] LECHNER, NORBERT: *Heating, Cooling, Lighting, Design Methods for Architects*. John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1991.
- [LP88] LEONARD, THOMAS A. und MICHAEL PANTOLIANO: *BRDF Round Robin*. In: *Stray Light and Contamination in Optical Systems*, Seiten 226–235. SPIE Vol. 967, 1988.
- [McL76] MCLAIN, D.H.: *Two dimensional interpolation from random data*. The Computer Journal, 19(2):178–181, 1976.

- [Mei94] MEISTER, G.: *check, re-check, cross-check, double-check*. private communication, 1963-1994.
- [Min87] MINOLTA CAMERA Co, LTD: *Luminance Meter LS-110, Instruction Manual*, 1987.
- [MT87] MAGNENAT-THALMANN, NADIA und DANIEL THALMANN: *Image Synthesis*. Computer Science Workbench. Springer-Verlag, 1987.
- [Neu93] NEUHÄUSER, MARTIN: *Aufbau einer Apparatur zur Bestimmung des direkt-hemisphärischen Reflexionsgrades von strukturierten Materialien*. Diplomarbeit, Universität Freiburg und Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme, 1993.
- [Nic82] NICOLSON, IAIN: *Die Sonne*. Herder Verlag, Freiburg, Basel, Wien, 1982.
- [Nik] NIKON GMBH: *Anleitung zum Nikon Fisheye f=8mm*. Nikon GmbH, ?
- [Nor] NORMENAUSSCHUSS LICHTTECHNIK: *Strahlungsphysik im optischen Bereich und Lichttechnik*. Technischer Bericht DIN 5031, Deutsche Norm, ?
- [Nor83] NORMENAUSSCHUSS LICHTTECHNIK: *Tageslicht in Innenräumen*. Technischer Bericht-DIN 5034, DIN, Februar 1983.
- [NRH77] NICODEMUS, F. E., J.C. RICHMOND und J.J. HSIA: *Geometrical Considerations and Nomenclature for Reflectance*. Technischer Bericht U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, October 1977.
- [NSV84] NE'EMAN, E., G. SWEITZER und E. VINE: *Office Worker Reponse to Lighting and Daylighting Issues in Workspace Environments: A Pilot Survey*. March 1984. Energy and Buildings 6:159-172 (1984).
- [PFAV88] PRESS, WILLIAM H., BRIAN P. FLANNERY, SAUL A. TEUKOLSKY und WILLIAM T. VETTERLING: *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1988.
- [Pla94] PLATZER, WERNER J.: *An optical characterization platform for transparent insulation materials in solar energy*. In: *Optical Materials Technology for Energy Efficiency and Solar Energy Conversion XIII*, Seiten 673-684. SPIE, Vol 2255, April 1994.
- [PS85] PREPARATA, F.P. und M.I. SHAMOS: *Computational Geometry, An Introduction*, Kapitel 5.5 The Locus Approach to Proximity Problems: The Voronoi Diagram, Seiten 198-248. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1985.
- [PW86] PAPAMICHAEL, K. und F. WINKELMANN: *Solar-Optical Properties of Multilayer Fenestration Systems*. November 1986. 1986 International Daylighting Conference Proceedings II, pp. 410 (1988).
- [Rus93] RUSHMEIER, HOLLY E.: *From Solution to Image*. In: *Making Radiosity Practica*. Siggraph Course Notes, Course 22, August 1993.
- [Sch88] SCHWARZ, H.R.: *Numerische Mathematik*. Teubner, Stuttgart, 1988.
- [Sch92] SCHWEIZERISCHE LICHTTECHNISCHE GESELLSCHAFT (Herausgeber): *Handbuch für Beleuchtung*. ecomed-Fachverlag, 8910 Landsberg, Justus-von-Liebig-Str 1, 5 Auflage, 1992.
- [Sch93] SCHMIDT, THOMAS: *Optische Charakterisierung transparenter Materialien in Hinblick auf eine Auswertemethode experimenteller Streudaten*. Diplomarbeit, Universität Freiburg und Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme, März 1993.

- [Sch94] SCHNEIDEWIND, PETER: *Tageslichtnutzung mit Hilfe neuer Fenstermaterialien aus transparenter Wärmedämmung*. Diplomarbeit, Universität Freiburg und Fraunhofer Institut für solare Energiesysteme, Oktober 1994.
- [Sch95] SCHMIDT, THOMAS: *Umrechnung 2d-BRTF zu 3d-BRTF für 2d-Raytracing Ergebnisse*. nicht veröffentlicht, Mai 1995.
- [SH93] SCHRÖDER, PETER und PAT HANRAHAN: *A Closed Form Expression for the Form Factor between Two Polygons*. Technischer Bericht Princeton University, January 1993.
- [Sie86] SIEGMAN, ANTHONY E.: *Lasers*. University Science Books, 20 Edgehill Road, Mill Valley, CA 94941, 1986.
- [SNK85] SPITZGLAS, M., M. NAVVAB und J.J. KIM: *Scale Model Measurements for a Daylighting Photometric Data Base*. April 1985. Journal of the IES 15 (1):41-61 (Fall 1985).
- [Spi84] SPITZGLAS, M.: *Defining Daylighting from Windows in Terms of Candlepower Distribution Curves*. June 1984. Presented at the IEEE/IAS 1984 Annual Meeting, Chicago, IL, September 30-October 4, 1984.
- [Spi90] SPITZGLAS, M.: *a scanning system for mapping the directional transmittance properties of shading devices*. Technischer Bericht W-178, Lawrence Berkeley Laboratory, 1990(?).
- [SSCB88] SCHIFF, TOD F., JOHN C. STOVER, DANIEL R. CHEEVER und DONALD R. BJORK: *Maximum and minimum limitations imposed on BSDF measurements*. In: *Stray Light and Contamination in Optical Systems*, Seiten 50–57. SPIE Vol. 967, 1988.
- [SSW⁺] SCHIFF, TOD F., J.C. STOVER, DANIAL J. WILSON, BRETT D. SWIMLEY, MARK E. SOUTHWOOD und DONALD R. BJORK: *Design review of a unique out-of-plane polarimetric scatterometer*. Technischer Bericht TMA Technologies, Inc., ?
- [Sto90] STOVER, JOHN C.: *Optical Scattering: Measurement and Analysis*. McGraw-Hill, 1990.
- [War91] WARD, GREGORY J.: *Adaptive shadow testing for ray tracing*. In: *Eurographics Workshop on Rendering*, 1991.
- [War92] WARD, GREGORY J.: *Measuring and Modeling Anisotropic Reflection*. In: CATMULL, EDWIN E. (Herausgeber): *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, Band 26, Seiten 265–272, Juli 1992.
- [War94a] WARD, GREGORY: *Behavior of Materials in RADIANCE*. University of California, December 1994.
- [War94b] WARD, GREGORY: *The RADIANCE 2.4 Synthetic Imaging System*. University of California, December 1994.
- [War94c] WARD, GREGORY J.: *The RADIANCE Lighting Simulation and Rendering System*. In: *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series*, Seiten 459–472. Siggraph, 1994.
- [Wat81] WATSON, D.F.: *Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes*. The Computer Journal, 24(2):167–172, 1981.
- [WH92] WARD, GREGORY J. und PAUL HECKBERT: *Irradiance Gradients*. Third Eurographics Workshop on Rendering, Seiten 85–98, Mai 1992.
- [WRC88] WARD, GREGORY J., FRANCIS M. RUBINSTEIN und ROBERT D. CLEAR: *A Ray Tracing Solution for Diffuse Interreflection*. In: DILL, JOHN (Herausgeber): *Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Band 22, Seiten 85–92, August 1988.